Math. Subj. Class. (1980) 96 A 10

P O V Z E T E K V S E B I N E

Obravnavanje simetričnih polinomov smo začeli s polinomi dveh spremenljivk, njihovimi lastnostmi in uporabo v elementarni algebri (reševanje sistema enačb, uvajanje pomožnih spremenljivk, neenačbe, zrcalne enačbe). Nato smo si ogledali simetrične polinome treh spremenljivk, njihove lastnosti in uporabo za reševanje sistema enačb s tremi spremenljivkami. Potem smo obravnavali antisimetrične polinome in kot poseben razred teh sodo-simetričine polinome (dveh in treh spremenljivk). Na koncu pa smo posplošili izreke in lastnosti (ki smo jih spoznali pri dveh in treh spremenljivkah) simetričnih polinomov za več spremenljivk (n spremenljivk). Pri tem smo si ogledali še njihovo uporabo v elementarni algebri (metoda nedoločenih koeficientov, odpravljanje iracionalnosti v imenovalcu).

D O D A T E K

V dokazih smo uporabljali izrek Beza, ki ga moramo še dokazati.

IZREK BEZA: Ostanek pri deljenju polinoma $h(x) = a_o x_n + a_1 x_{n-1} + \dots + a_n$ z $(x - \alpha)$ je enak vrednosti tega polinoma pri $x = \alpha$. Torej enak številu $f(\alpha) = a_o \alpha^n + a_1 \alpha^{n-1} + \dots + a_n$.

Da bi dokazali ta izrek, delimo polinom $f(x)$ z $(x - \alpha)$. Dobimo kvocient, ki ga označimo $q(x)$ in nek ostanek $r(x)$. Ta ostanek je polinom, ki je nižje stopnje kot $(x - \alpha)$, se pravi stopnje enake 0 (konstanta). Tako je $f(x) = (x - \alpha)q(x) + r$. Da najdemo število r, vstavimo za $x = \alpha$ in dobimo $f(\alpha) = (\alpha - \alpha)g(\alpha) + r$. Od tu pa $r = f(\alpha)$. S tem je izrek dokazan.

Posledica: Če je število α koren polinoma $f(x)$ ($f(\alpha) = 0$) je ta polinom deljiv z $(x - \alpha)$ in $r = 0$.

Od tu sledi, da je polinom $x^n - a^n$ deljiv z $x - a$. Vidimo, da je $f(a) = a^n - a^n = 0$.

Polinoma $x^{2n} - a^{2n}$ in $x^{2n+1} + a^{2n+1}$ sta deljiva z $(x + a)$.

Pokažimo:

$$f(-a) = (-a)^{2n} - a^{2n} = a^{2n} - a^{2n} = 0$$

$$f(-a) = (-a)^{2n+1} + a^{2n+1} = -a^{2n+1} + a^{2n+1} = 0$$

L I T E R A T U R A

V. G. Boltjanskij in I. Ja. Vilenkin, Simetrija v algebri, Moskva, Nauka 1967, str. 284.