POVZETEK VSEBINE

Math. Subj. Class. /1985/

51 E 15
11 A 07
11 D 09

V delu želimo ugotoviti, kdaj in koliko točk z racionalnimi koordinatami leži na stožnicah nad obsegom Q. Stožnice leže v projektivni ravnini nad obsegom Q, zato v prvem razdelku ponovimo osnovne izreke in definicije projektivne ravnine, v drugem pa definiramo stožnice nad obsegom racionalnih števil. Nekaj časa se pomudimo pri pravilih o računanju s kongruencami, saj le-te v nadaljevanju uporabljamo.
V četrtem razdelku se lotimo naše osnovne naloge. Preprost je dokaz, da na vsaki stožnici leži neskončno racionalnih točk, kakor hitro na njej leži vsaj ena taka točka. Kdaj pa leži ena, razberemo iz enačbe stožnice na podlagi Legendrovega izreka, če le enačbo ustrezno preoblikujemo. Na enotski krožnici in elipsi z enačbo $x^2 + py^2 = 1$, kjer je p praštevilo, te točke tudi poiščemo.
V zadnjem razdelku iščemo še celoštevilske točke na nekaterih stožnicah. Če na paraboli najdemo eno celoštevilsko točko, na njej leži neskončno takih točk. Kdaj leži ena, prepoznamo iz ustrezno preoblikovane enačbe. Na krogu z enačbo $x^2 + y^2 = m$ ($m \in N$) leže celoštevilske točke le primeru, če m ne vsebuje nobenega praštevila oblike $4k + 3$ v lihi stopnji. Točk s celimi koordinatami je le končno mnogo, ker je krog omejena krivulja. Na koncu se ustavimo še pri hiperboli. Hiperbola z enačbo $x^2 - my^2 = 1$ ($m \in N$) ima dve celoštevilski točki, kadar je m kvadrat naravnega števila, sicer jih ima neskončno mnogo. Hiperbola z enačbo $xy = m$ ($m \in Z$) pa ima vedno le končno mnogo celoštevilskih točk, ki jih lahko brez težav tudi eksplicitno izračunamo.

LITERATURA:

Ivan Vidav : Afina in projektivna geometrija
DMFA, Ljubljana 1981

Jože Grasselli : Osnove teorije števil
Knjižnica Sigma, DZS, Ljubljana 1975

Jože Grasselli : Diofantske enačbe
Knjižnica Sigma, DMFA, Ljubljana 1984