Povzetek

Najprej opozorimo na praktične probleme, ki so dovolj lahko rešljivi, če si pri reševanju pomagamo s teorijo nenegativnih matrik (to so realne matrike z nenegativnimi elementi). Potem dokažemo nekaj pomembnih trditev in izrekov teorije pozitivnih matrik, med njimi tudi Perronov izrek, po katerem je spektralni radij pozitivne matrike njena enostavna lastna vrednost, ki ima pozitiven lasten vektor, absolutne vrednosti ostalih lastnih vrednosti pa so manjše od spektralnega radija.

Več časa namenimo oceni lastnih vrednosti matrik, kar je zajeto v drugem poglavju. To poglavje začnemo s skalarnim produktom v C^k, evklidsko normo v tem prostoru, potem spoznamo pojma unitarne in ortogonalne matrike in povemo, kdaj neka množica vektorjev tvori ortonormirano bazo prostora C^k in dokažemo, da je vsak enotski vektor v C^k del neke ortonormirane baze prostora C^k. Ker je z matrikami, ki imajo veliko elementov enakih nič, računati lažje, je Schurov izrek v določenih primerih zelo dobrodošel, saj pravi, da je vsaka matrika unitarno podobna neki zgornje trikotni matriki. Če pa je matrika še hermitska, pa je unitarno podobna celo realni diagonalni matriki.

Pri hermitskih matrikah s pomočjo Rayleighovega kvocienta lahko določimo najmanjšo in največjo lastno vrednost. Pri poljubnih matrikah pa lastne vrednosti najprej omejimo z oceno spektralnega radija, potem pa povemo še boljšo oceno, saj po Geršgorinovem izreku vsaka lastna vrednost leži v nekem Geršgorinovem disku in obratno, vsaka družina diskov, ki so ločeni od drugih diskov, vsebuje vsaj eno lastno vrednost.

Potem navedemo primer uporabe Geršgorinovega izreka, to je Ky Fanov izrek, po katerem lastne vrednosti ležijo v diskih, katerih polmere lahko določimo s pomočjo druge matrike in njenega spektralnega radija.

Lastne vrednosti pa po izreku Ostrowskega ležijo tudi v diskih s polmeri, ki so enaki produktom vsote absolutnih vrednosti elementov po vrsticah in vsote absolutnih vrednosti elementov po stolpcih. Izreku sledi sedem posledic, ki nam dajo boljše ali slabše ocene spektralnega radija. Katera ocena je boljša, pa nam pove naveden primer.

Dobro posplošitev Geršgorinovega izreka pa dobimo tudi s pomočjo

Cassinijevega ovala, saj vsaka lastna vrednost poljubne kompleksne matrike leži v nekem Cassinijevem ovalu.

Mentorjema prof. Matjažu Omladiču in prof. Zvonimiru Bohtetu se zahvaljujem za vse nasvete in pomoč pri pripravi diplomskega dela.

Literatura

[1] N. J. Pullman, Matrix Theory and its Applications. New York, 1976.

[2] J. Grasselli, Linearna algebra. A. Vadnal, Linearno programiranje. Ljubljana, 1986.

[3] N. Prijatelj, Uvod v matematično analizo.Ljubljana, 1980.