POVZETEK

V diplomskem delu najprej predstavimo prostor testnih funkcij $\mathcal{D}(\Omega)$, $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, in konvergenco v njem. Opredelimo distribucijo T: $\mathcal{D}(\Omega) \to \mathbb{C}$ kot zvezen linearen funkcional na $\mathcal{D}(\Omega)$; opredelimo pojem konvergence distribucij. Distribucije sestavljajo vektorski prostor $\mathcal{D}'(\Omega)$ nad kompleksnimi skalarji, dualen prostoru $\mathcal{D}(\Omega)$. Opredelimo prostor $L^p_{\mathrm{loc}}(\Omega)$. Za teorijo distribucij je najpomembnejši prostor $L^1_{\mathrm{loc}}(\Omega)$. Funkcije iz $L^1_{\mathrm{loc}}(\Omega)$ so z distribucijami natanko določene s predpisom $T_f(\phi) = \int_\Omega f\phi \, dx$ in obratno, zato jih kar enačimo.

Opredelimo distribucijski odvod, ki je linearna in zvezna operacija na $\mathcal{D}'(\Omega)$ in je potemtakem tudi sam distribucija. Definiramo prostora $W^{1,p}_{\mathrm{loc}}(\Omega)$ in $W^{1,p}(\Omega)$ ter pokažemo ekvivalenco distribucijskega in klasičnega odvoda. Pokažemo nekaj računskih pravil: komutiranje konvolucij z distribucijami, množenje in konvolucija distribucij s C^∞ - funkcijami, verižno pravilo za odvajanje, odvajanje absolutne vrednosti, prikažemo, kako se izraža distribucija, ki ima nosilec v eni točki. Pokažemo primer uporabe teorije distribucij pri reševanju klasičnih problemov: Laplaceov operator Greenovih funkcij v smislu distribucij.

Pokažemo zvezo med distribucijami in teorijo mere: pozitivna distribucija na $\mathcal{D}(\Omega)$ natanko določa pozitivno regularno mero μ na Ω, ki ustreza pogoju $\mu(K) < \infty$ za vsako kompaktno množico $K \subset \Omega$ in tako, da velja $T(\phi) = \int_\Omega \phi(x) \, \mu(dx)$. In obratno, vsaka pozitivna Borelova mera z lastnostjo $\mu(K) < \infty$ za vsako kompaktno množico $K \subset \Omega$ z zgornjim predpisom natanko določa distribucijo. Na ta način lahko pozitivne distribucije razširimo na razred Borelovo merljivih funkcij s kompaktnim nosilcem na Ω.

Math. Subj. Class (1991) : 46F05, 46F10

Keywords : distributions, test functions, measure

Viri :

- E. H. Lieb, M. Loss, Analysis, 1997
- D. W. Kahn, Introduction to Global Analysis, 1980
- W. Rudin, Functional Analysis, 1991
- J. Rauch, Partial Differential Eqations