POVZETEK

V diplomskem delu bomo obravnavali t.i. Henstock-Kurzweilov integral realne funkcije. Najprej si bomo pripravili sredstva, potrebna za definicijo novega integrala. Osrednje mesto v prvem razdelku namreč zavzemajo delitve.

Drugi razdelek bomo pričeli z definicijo Henstock-Kurzweilovega integrala. Ugotovili bomo, da je ta integral posplošitev klasičnega Riemannovega integrala. Dokazali bomo, da je linearen in monoton funkcional na prostoru Henstock-Kurzweilovo integrabilnih funkcij. Nato se bomo zadržali ob Cauchyjevem kriteriju integrabilnosti. Na koncu razdelka pa se bomo prepričali, da je novi integral tudi aditivna funkcija svojega integracijskega območja.

Za preučevanje povezave Henstock-Kurzweilovega integrala z Lebesguovim integralom (v tretjem razdelku) bo dobrodošla obravnava navzdol in navzgor polzveznih funkcij. Z uporabo Vitali-Carathéodoryjevega izreka bomo dokazali: Če je realna funkcija Lebesguovo integrabilna na kompaktnem intervalu $[a, b] \subset \mathbb{R}$ za $a < b$, potem je tudi Henstock-Kurzweilovo integrabilna na $[a, b]$ in oba integrala se ujemata.

V četrtem razdelku se bomo ukvarjali z osnovnim izrekom integralskega računa. Za Henstock-Kurzweilov integral velja, da je vsaka povsod odvedljiva funkcija integral svojega odvoda. Z uporabo Henstockove leme bomo dokazali, da je novi integral zvezna in glede na Lebesguovo mero skoraj povsod odvedljiva funkcija zgornje meje. Potem bomo izsledili, da je vsaka Henstock-Kurzweilovo integrabilna funkcija tudi Lebesguovo merljiva. Z upoštevanjem zadnjega izsledka pa bomo pokazali, da je realna funkcija f Lebesguovo integrabilna na kompaktnem intervalu $[a, b] \subset \mathbb{R}$ za $a < b$, če in samo če sta funkciji f in $|f|$ Henstock-Kurzweilovo integrabilni na intervalu $[a, b]$.

V petem razdelku bomo obdelali konvergenčne izreke. Videli bomo, da za Henstock-Kurzweilov integral veljajo izrek o enakomerni konvergenci ter izreka o monotoni in dominantni konvergenci. Spregovorili pa bomo tudi o integraciji funkcijskih vrst.

Zadnji razdelek bomo posvetili predvsem uporabi znanja, ki ga bomo osvojili v prvih petih razdelkih, Henstockova lema in osnovni izrek integralskega računa pa bosta glavna dokazovalna pripomočka. Izkazalo se bo, da je izlimitirani Riemannov integral samo poseben primer Henstock-Kurzweilovega integrala. Naše preučevanje novega integrala bomo zaključili z ugotovitvijo, da je preprosta posledica osnovnega izreka integralskega računa izrek o integraciji po delih.

Math. Subj. Class. (1991): 26A39, 26A42.
Key words: Henstock-Kurzweil integral, division, Riemann integral, Lebesgue integral, fundamental theorem of calculus, convergence theorem.
Ključne besede: Henstock-Kurzweilov integral, delitev, Riemannov integral, Lebesguov integral, osnovni izrek integralskega računa, konvergenčni izrek.

Literatura

[1] S. Lipušček, M. Hladnik, *Posplošeni Riemannov integral, 1. del*, Obzornik mat. fiz. , **40** (1993) 1-7.

[2] S. Lipušček, M. Hladnik, *Posplošeni Riemannov integral, 2. del*, Obzornik mat. fiz. , **40** (1993) 33-38.

[3] R. M. McLeod, *The generalized Riemann integral*, Carus Math. Monographs **20**, MAA 1980.

[4] W. F. Pfeffer, *Lectures on geometric integration and the divergence theorem*, Rendiconti dell'Instituto di Matematica dell'Università di Trieste vol. XXIII (1991), 263-275.

[5] W. F. Pfeffer, *The Riemann approach to integration: Local geometric theory*, Cambridge University Press, 1993.

[6] W. Rudin, *Real and Complex Analysis*, McGraw-Hill, New York 1974.

[7] W. Rudin, *Principles of Mathematical Analysis*, McGraw-Hill, Singapur 1976.

[8] I. Vidav, *Višja matematika I*, DMFA RS, Ljubljana 1990.

[9] W. P. Ziemer, *Weakly Differentiable Functions*, Graduate Texts in Mathematics **120**, Springer-Verlag, New York 1989.