Povzetek

V tem delu obravnavamo rešitve linearne matrične enačbe $AXB = C$. Če sta matriki A in B obrnljivi, je rešitev oblike $X = A^{-1}CB^{-1}$. Če pa matriki nista obrnljivi, si pomagamo s posplošenimi inverzi matrik.

S pomočjo tenzorskega produkta in izomorfizma vec, lahko matriko zapišemo kot vektor ustrezne dimenzije. Tako lahko linearno matrično enačbo $AXB = C$ ekvivalentno zapišemo kot sistem $(B^T \otimes A)\,\mathrm{vec}X = \mathrm{vec}\,C$ linearnih enačb in poiščemo njene rešitve.

Nato raziščemo še poseben primer te enačbe $AX = B$ in hkrati za rešitev X zahtevamo, da je simetrična. V tem primeru ima enačba rešitev natanko tedaj, ko je izpolnjen pogoj $AA^{g_3}B = B$ in $AB^T = BA^T$.
Splošna simetrična rešitev je oblike

$$X = A^{g_3}B + (I - A^{g_3}A)(A^{g_3}B)^T + (I - A^{g_3}A)Z(I - A^{g_3}A),$$

kjer je $Z \in M_n(\mathbf{R})$ poljubna simetrična matrika.

Math. Subj. Class. (2000): 15A06, 15A09, 15A24

Ključne besede: linearna matrična enačba, posplošeni inverz, tenzorski produkt, simetrična rešitev.

Key words: linear matrix equation, generalized inverse, tensor product, symmetric solution.

Literatura

[1] K. E. Chu, Symmetric Solutions of Linear Matrix Equations by Matrix Decomposition, *Linear Algebra and its Applications* 119:35–50 (1989).

[2] F. J. H. Don, On the Symmetric Solutions of a Linear Matrix Equation, *Linear Algebra and its Applications* 93:1–7 (1987).

[3] A. J. Goldman and M. Zelen, Weak Generalized Inverses and Minimum Variance Linear Unbiased Estimation, *J. Res. Nat. Bur. Standards*, Ser B 68:151–172 (1964).

[4] R. A. Horn and C. R. Johnson, *Topics in Matrix Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge, 1995.

[5] P. Lancaster, Explicit Solutions of Linear Matrix Equations, *SIAM Review* 12:544–566 (1970).

[6] P. Lancaster, *Theory of Matrices*,Academic Press, New York, 1971.

[7] R. Penrose, A generalized Inverse for Matrices , *Proc. Cambridge Philos. Soc.* 51:406–413 (1955).

[8] R. M. Pringle, and A. A. Rayner, *Generalized Inverse Matrices with Applications to Statistics*, Griffin, London, 1971.

[9] C. R. Rao and S. K. Mitra, *Generalized Inverse of Matrices and its Application*, J. Willey & Sons, New York, 1971.