Povzetek

V tem delu obravnavamo trikotnike in njihovo ploščino, ki jo izračunamo s pomočjo Heronovega obrazca. Stranice trikotnika so lahko poljubna realna števila in tako dobimo različne vrednosti ploščine. Ko trikotniki ne ustrezajo več trikotniški neenakosti, postane njihova ploščina imaginarno število. Tako se preselijo iz evklidske ravnine v ravnino Minkovskega. Prav tako najdemo nekatere trikotnike v anti-evklidski ravnini.
Prostor $\mathbf{C}^2$ parametriziramo s torusom tako, da je vsaka premica skozi izhodišče v $\mathbf{C}^2$ predstavljena z neko točko na torusu. S pomočjo torusa si predstavljamo ravnine, po katerih se selijo trikotniki. Vsak vzporednik torusa določa neko evklidsko oziroma anti-evklidsko ravnino in vsak poldnevnik neko ravnino Minkovskega.
Nato raziščemo, katere ploskve, ki sestojijo iz točk, ki imajo za koordinate stranice trikotnikov, opisujejo trikotnike z enako ploščino. Vsi trikotniki z realno ploščino ležijo na različnih dvodelnih hiperboloidih, z ničelno ploščino na stožcu in trikotniki z imaginarno ploščino na enodelnih hiperboloidih. Ploskve, ki nam jih podajo različne vrednosti ploščin trikotnikov, presekamo s sfero. Vsaka točka sfere predstavlja podobne trikotnike. Predstavik pa je tisti trikotnik, katerega stranice ustrezajo enačbi sfere z radijem 1. Vsak vzporenik na sferi vsebuje trikotnike z enako ploščino. Ogledamo si še, kateri trikotniki dosežejo maksimalno oziroma minimalno ploščino. Maksimalno ploščino med vsemi predstavniki na sferi ima trikotnik predstavljen s severnim polom in minimalno tisti, ki so določeni s presekom ekvatorja in koordinatnih ravnin. Končno še izračunamo, kolikšen del sfere zavzemajo točke, ki določajo trikotnike z realno ploščino.

Math. Subj. Class. (2000): 01A16, 51B20, 51M04, 51M05, 51M25

Ključne besede: trikotnik, Heronov obrazec, evklidska ravnina, ravnina Minkovskega.

Key words: triangle, Heron's formula, Euclidean plane, Minkovski plane.

Literatura

[1] K. Kendig, Is a 2000-Year-Old Formula Still Keeping Some Secrets?, *Amer. Math. Monthly* 107 (2000), 403-413.

[2] K. Kendig, *Elementary Algebraic Geometry*, Springer-Verlag, New York, 1977.

[3] K. Kendig, Algebra,Geometry,and Algebraic Geometry: Some Interconnections, *Amer. Math. Monthly* 90 (1983), 161-173.

[4] K. Kendig, Stalking the Wild Ellipse, *Amer. Math. Monthly* 102 (1995), 782-787.

[5] E. Artin, *Geometric Algebra*, Interscience Publisher, Inc., New York, 1957.

[6] T. L. Heath, *A History of Greek Mathematics*,Dover Publications, Inc., New York, (1981), 321-323.