Povzetek

James Joseph Sylvester se je pred več kot stoletjem spraševal naslednje: Imamo množico točk v ravnini z lastnostjo, da gre vsaka premica skozi dve točki še skozi tretjo točko iz te množice. Ali morajo potem vse točke ležati na isti premici? Problem je rešil Gallai in s tem prvi dokazal Sylvestrov izrek: Če končno mnogo točk v ravnini ne leži na isti premici, potem obstaja premica, ki gre skozi natanko dve točki. Ta izrek velja v navadni realni ravnini (evklidska, projektivna, afina). Za Sylvester - Gallaijevo konfiguracijo (SG - konfiguracija) vzamemo vsako končno množico točk in množico pripadajočih premic z lastnostjo, da vsaka premica vsebuje vsaj tri točke. V realnih ravninah so vse SG - konfiguracije omejene na premico, primer nekolinearnih SG - konfiguracij lahko najdemo v nekaterih končnih projektivnih ravninah (npr. Fanovi ravnini) in kompleksni ravnini. Sylvestrov izrek lahko posplošimo tudi na višje dimenzije, na kompleksno ravnino in kompleksni prostor, na števne in kompaktne množice, na sfero. Če pa Sylvestrov izrek posplošimo na dve množici, dobimo Motzkinov izrek, ki govori o obstoju enobarvne premice. Tudi Motzkinov izrek lahko posplošimo na višje dimenzije in na kompaktni povezani množici. Poleg vseh posplošitev, pa se lotimo tudi štetja premic, lahko preštejemo število navadnih premic, število vseh premic ter tudi število enobarvnih premic. Na koncu pa predstavimo tudi nekaj primerov SG - konfiguracij v višjih dimenzijah.

Math. Subj. Class. (2000): 52A37, 52C30, 52C35.
Ključne besede: Sylvestrov izrek, Sylvester-Gallaijeva konfiguracija, Motzkinov izrek, enobarvna premica, enobarvna hiperravnina.
Keywords: Sylvester's theorem, Sylvester - Gallai configuration, Motzkin's theorem, monochrome line, monochrome hyperplane.

Literatura

[1] V.J. Baston in F.A. Bostock: *A Gallai-type problem*, Journal of Combinatorial Theory, Series A 24 (1978), 122-125.

[2] J. Bokowski in J. Richter-Gebert: *A new Sylvester-Gallai configuration representing the 13-point projective plane in* $\mathbb{R}^4$, Journal of Combinatorial Theory, Series B 54 (1992), 161-165.

[3] E. Boros, Z. Füredi in L.M. Kelly: *On representing Sylvester-Gallai Designs*, Discrete Comput. Geom., 4 (1989), 345-348.

[4] J.M. Borwein: *Monochrome lines in the plane*, Mathematics magazine, 52 (1979), 41-45.

[5] P.B. Borwein in W.O.J. Moser: *A survey of Sylvester's problem and its generalizations*, Aequationes Mathematicae, 40 (1990), 111-135.

[6] P.B. Borwein: *On monochrome lines and hyperplanes*, Journal of Combinatorial Theory, Series A 33 (1982), 76-81.

[7] P.B. Borwein: *Sylvester's problem and Motzkin's theorem for countable and compact sets*, Proc.Amer. Math. Soc., 90 (1984), 580-584.

[8] G.D. Chakerian: *Sylvester's problem on collinear points and a relative*, Amer. Math. Monthly, 77 (1970), 164-167.

[9] J. Csima in E.T. Sawyer: *There exist* $6n/13$ *ordinary points*, Discrete Comput. Geom., 9 (1993), 187-202.

[10] G.A. Dirac: *Collinearity properties of sets of points*, Quart. J. Math., 2 (1951), 221-227.

[11] C.G. Gibson: *Elementary geometry of algebraic curves*, Cambridge University Press, 1998, 169-172, 221-226.

[12] S. Hansen: *A generalization of a teorem of Sylvester on the lines determined by a finite point set*, Math. Scand., 16 (1965), 175-180.

[13] F. Hirzebruch: *Arrangements of lines and algebraic surfaces*, Arithmetic and Geometry, vol. 2 (1983), 113-140.

[14] L.M. Kelly: *A resolution of the Sylvester-Gallai problem of J.-P. Serre*, Discrete Comput. Geom., 1 (1986), 101-104.

[15] L.M. Kelly in W.O.J. Moser: *On the number of ordinary lines determined by n points*, Michigan State Univ. in Univ. of Saskatchewan, May 1957, 210-219.

[16] X.B. Lin: *Another brief proof of the Sylvester theorem*, Michigan State University, 932.

[17] Th. Motzkin: *The lines and planes connecting the points of a finite set*, Trans. Amer. Math. Soc., 70 (1951), 451-464.

[18] J. Malkevitch:*A Discrete Geometrical Gem*,AMS,Feature Column,julij-avgust 2003,http://www.ams.org/new-in-math/cover/sylvester1.html.