Kratek povzetek vsebine

Diplomsko delo obravnava različne aksiome, izreke in trditve, ki veljajo v projektivni ravnini, povezave med njimi, razne implikacije in ekvivalence. Aksiomatsko podano projektivno ravnino primerjamo z afino ravnino, s katero si skozi delo tudi večkrat pomagamo.

Prvi pomembnejši izrek, ki ga srečamo, je Desarguesov izrek, v nadaljevanju pa spoznamo še en pomemben izrek in sicer Pappusov izrek. S pomočjo Hessenberovega dokaza se prepričamo, da Desarguesov izrek sledi iz Pappusovega izreka.

Vsekakor moramo omeniti tudi aksiom P7 ali osnovni izrek o projektivnosti. Iz osnovnega izreka o projektivnosti namreč sledi tako Pappusov izrek kot tudi Desarguesov izrek. V nadaljevanju pa celo dokažemo, da iz Pappusovega izreka sledi osnovni izrek o projektivnosti na premici, torej sta osnovni izrek o projektivnosti na premici in Pappusov izrek ekvivalentna.

V prvem delu tako zajema naše razmišljanje dejstva, ki veljajo v realni projektivni ravnini. V drugem delu pa se posvetimo projektivni ravnini nad poljubnim obsegom. Zanima nas, kateri aksiomi, izreki in trditve v projektivni ravnini nad obsegom še vedno veljajo in za katere mora biti obseg komutativen.

Ugotovimo, da projektivna ravnina nad obsegom vedno zadošča Desarguesovemu aksiomu. Hilbertov izrek, ki ga dokažemo kot naslednjega, pa pravi, da velja osnovni izrek o projektivnosti na premici v projektivni ravnini natanko takrat, ko je obseg komutativen, prav tako pa takrat velja tudi Pappusov izrek.

Koordinate v projektivni ravnini oziroma vpeljava koordinatnega sistema nad nekim obsegom je naslednje, kar skušamo raziskati. Začnemo z lažjim primerom in sicer z vpeljavo koordinat v afino ravnino, pri čemer se nam postavlja vprašanje o obstoju translacije in dilatacije, za kar potrebujemo Desarguesov aksiom. V bistvu sta ta dva problema eksistence ekvivalentna dvema afinima oblikama Desarguesovega aksioma. To sta šibki in krepki Desarguesov aksiom.

Razmišljanje zaključimo z izrekom, s katerim dani projektivni ravnini najdemo obseg in tako lahko točkam iz projektivne ravnine pripišemo homogene koordinate tako, da so premice podane z linearnimi enačbami.

Math. Subj. Class. (2000): 51A30
Ključne besede: projektivna ravnina, afina ravnina, perspektivnost, projektivnost, translacija, dilatacija, Desarguesov izrek, Pappusov izrek.
Key words: projective plane, affine plane, perspectivity, projectivity, translation, dilatation, Desargues' theorem, Pappus' theorem.

Literatura

[1] M. K. Bennett, Affine and projective geometry, Wiley, New York, 1995.

[2] J.N. Cederberg, A Course in Modern Geometries, Springer-Verlag, London, Paris, Tokyo, 1989.

[3] D. Palman, Projiciranja i metode nacrtne geometrije, Školska knjiga, Zagreb, 1982.

[4] F. Ayres, Jr., Projective Geometry, Schaum's Outline Series, McGraw-Hill, 1967.

[5] L. M. Blumenthal, A modern view of geometry, Freeman, 1961.

[6] L. Kadison, M. T. Kromann, Projective Geometry and Modern Algebra, Boston, MA: Birkhäuser, 1996.

[7] T. Košir, B. Magajna, Transformacije v geometriji, DMFA-Založništvo, 1997.

[8] Coxeter, Projektivna geometrija, Školska knjiga, Zagreb, 1977.

[9] D. Palman, Projektivna geometrija, Školska knjiga, Zagreb, 1984.

[10] A. Seidenberg, Pappus Implies Desargues, The American Mathematical Monthly Vol. 83 No. 3(Mar. 1976) pp. 190-192