Povzetek

Naloga je razdeljena na vsebinsko dva sorodna dela. V prvem delu najprej definiramo osnovne pojme politopov in se spoznamo z definicijo Ehrhartovih polinomov celošteviskih politopov. Opišemo nekaj lastnosti racionalnih funkcij, da kasneje lahko dokažemo pravila za računaje Ehrhartovega polinoma. Ukarjamo se s sistemom linearnih diofanstkih enačb in njegovimi rešitvami nad $\mathbb{N}$. Omenimo še δ-vektor celoštevilskega politopa in predstavimo uporabnost Ehrhartovih polinomov. Ogledamo si dualne politope in si s pomočjo že prej dokazanih trditev odgovorimo na vprašanje, kdaj je dualni politop celoštevilskega politopa tudi celoštevilski politop.

V drugem delu opišemo osnovne lastnosti polinomov ene in več spremenljivk in se spomnimo nekaj osnovnih kriterijev nerazcepnosti polinomov. Opišemo in dokažemo Schmidtovo metodo konstrukcije absolutno nerazcepnih polinomov in si ogledamo lastnosti grafa politopa. Definiramo še pojma zgornji in spodnji Newtonov večkotnik in opišemo povezavo med razcepnostjo polinoma in razstavljivostjo njegovega Newtonovega politopa. Na koncu predstavimo še dve konstrukciji nerazstavljivih politopov v $\mathbb{R}^n$, ki nam podata celi družini nerazcepnih polinomov in opišemo razliko med celoštevilsko in homotetijsko nerazstavljivostjo.

Math.Subj.Class.: 52B20, 14M25, 12E05

Ključne besede

Ehrhartov polinom, celoštevilski politopi, nerazcepnost polinomov, nerazstavljivost politopov

Keywords

the Ehrhart polinomial, integral convex polytope, reducibility of polynomials, decomposability of polytopes

Literatura

[1] M. L. Balinski: On the graph structure of convex polyhedra in n-space, *Pacific J. Math.* **11** (1961), 431-434

[2] P. Beelen, R. Pellikaan: The Newton polygon of plane curves with many rational points, *Designs, Codes and Cryptography* **21** (2000), 41-67

[3] G. Ewald: *Combinatorial Convexity and Algebraic Geometry*, Graduate Texts in Mathematics, Vol. 168, Springer-Verlag, Berlin/New York, 1996

[4] S. Gao: Absolute irreducibility of polynomials via Newton polytopes, *Journal of Algebra* **237** (2001), 501-520

[5] S. Gao, A. Lauder: Decomposition of polytopes and polynomials

[6] B. Grünbaum: *Convex polytopes*, Interscience, London/New York/ Sydney, 1967

[7] T. Hibi: Some results on Ehrhart polynomials of convex polytopes, *Discrete Math.* **83** (1990), 119-121

[8] T. Hibi: Ehrhart polynomials of convex polytopes, h-vectors of simplicial complexes, and nonsingular projective toric varieties, *DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science* vol 6, 165-177, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1991

[9] T. Hibi: Dual polytopes of rational convex polytopes, *Combinatorica* **12** (1992), 237-240

[10] T. Hibi: A lower bound theorem for Ehrhart polynomials of convex polytopes, *Adv. in Math.* **105** (1994), 162-165

[11] F. Koyuncu: An application of the polytope method, *JSF* Vol. 28 (2005), 13-19

[12] A. M. Ostrowski: On multiplication on factorization of polynomials, II. Irreducibility discuss, *Aequationes Math.* **14** (1976), 1-32

[13] W. M. Schmidt: *Equations over finite fields: an elementary approach*, Lecture Notes in Mathematics, Vol. 536, Springer-Verlag, Berlin/New York, 1976

[14] R. Schneider: *Convex bodies: the Brunn-Minkowski theory*, Encyclopedia of Mathematics and its Applications, 44. Cambridge University Press, Cambridge, 1993

[15] P. R. Scott: *On convex lattice polygons*, Bull. Austral. Math. Soc. **15** (1976), 395-399

[16] R. P. Stanely: Decompositions of rational convex polytopes, *Ann. Discrete Math.* **6** (1980), 333-342

[17] R. P. Stanely: *Enumerative Combinatorics* vol. I, Wadsworth & Brooks/Cole, Monterey, CA, 1986

[18] R. P. Stanely: *Combinatorics and commutative algebra*, Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 1996

[19] I. Vidav: *Algebra*, Društvo matematikov, fizikov in astronomov , Ljubljana, 1980

[20] http://www.math.sc.edu/ filaseta/newton/newton.html (10.3.2008)

[21] http://www.haverford.edu/math/lbutler/msrilecture4.pdf (10.3.2008)