

Povzetek:

Odvajanje in integriranje sta nasprotni operaciji. Vsaka odvedljiva funkcija je zvezna, toda le redkokatera zvezna funkcija je odvedljiva. V nasprotju s tem, pa so vse zvezne funkcije integrabilne. Ker je mnogo več zveznih funkcij kot odvedljivih, je tudi mnogo več integrabilnih funkcij kot odvedljivih. Zato bi lahko sklepali, da je integriranje lažja operacija. Toda resnica je ravno obratna, saj so odvodi elementarnih funkcij vedno elementarne funkcije, integrali elementarnih funkcij pa le redkokdaj. Zatakne se že pri integriranju algebrskih funkcij, saj v splošnem ne dobimo elementarnih funkcij. Zato moramo uvesti nove funkcije, ki so definirane v Gaussovi ravnini in se imenujejo eliptične funkcije. Zanje velja, da so meromorfne in dvojnoperiodične na vsej Gaussovi ravnini.

Najprej bomo uvedli najpreprostejšo eliptično funkcijo, ki se imenuje Weierstrassova funkcija p . Nato bomo uvedli eliptični integral, Riemannovo ploskev ter diferencialne na Riemannovi ploskvi, s pomočjo katerih pridemo do formulacije Abelovega izreka.

V nadaljevanju bomo s pomočjo Riemann-Rochovega izreka spoznali še, kako je rod nesingularne projektivne krivulje C iz $\mathbb{C}P^2$ povezan s pojmi iz holomorfne strukture \mathbb{C} .

Za zaključek sledi še uporaba teh funkcij na konkretnem primeru, ki je matematično nihalo.

Math.Subj.Class.(2010): 14H52, 33E05, 30F30, 14K20, 14C40

Ključne besede: eliptične krivulje, holomorfne in meromorfne funkcije, eliptične funkcije, Weierstrassova funkcija p , Riemannove ploskve, Abelov izrek, Riemann-Rochov izrek

Keywords: Elliptic curves, holomorphic and meromorphic functions, elliptic functions, Weierstrass p -function, Riemann surfaces, Abel's theorem, Riemann-Roch theorem

Literatura

- [1] Ivan Vidav: *Eliptične krivulje in eliptične funkcije*, Ljubljana, Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, 1991, 49-139.
- [2] Frances Kirwan: *Complex Algebraic Curves*, Cambridge, Cambridge University Press, 1992, 111-184.
- [3] J.V.Armitage in W.F.Eberlein: *Elliptic Functions*, Cambridge, Cambridge University Press, 2006, 1-24.