

2 Povzetek

V uvodnem poglavju predstavim dve ekvivalentni definiciji ravnine Minkowskega. V prvem primeru vzamem ravnino \mathbb{R}^2 in na njej definiram normo, v drugem primeru pa v ravnini \mathbb{R}^2 definiram enotske diske, kateri potem inducirajo normo. V diplomskem delu se omejim samo na gladko, strogo konveksno ravnino Minkowskega. S pomočjo homotetije dobim iz enotske krožnice krožnico Minkowskega, nato pa dokažem njene tri ključne lastnosti.

V nadaljevanju predstavim razne trditve in izreke, ki veljajo za krožnice v evklidski ravnini, katere pa se da posplošiti tudi v gladko, strogo konveksno ravnino Minkowskega. Prvi takšen izrek je izrek o treh krožnicah, kateri govori o sistemu \mathcal{C} -višinskih točk. \mathcal{C} -višinska točka je točka, kjer se sekajo tri skladne krožnice Minkowskega in pri tem tri preostala njihova presečišča ležijo na krožnici, ki je prav tako skladna z ostalimi tremi. Vsa štiri presečišča v tem primeru tvorijo sistem \mathcal{C} -višinskih točk.

S pomočjo enačbe, ki definira \mathcal{C} -višinsko točko, dobim posplošitev Eulerjeve premice v gladko, strogo konveksno ravnino Minkowskega. Ko prezrcalim središče očrtane krožnice trikotnika čez vsa tri razpolovišča njegovih stranic, dobim prvi pridruženi trikotnik. V poglavju Pridruženi trikotniki predstavim še dva druga pridružena trikotnika, ki ju prav tako dobimo iz prvotnega trikotnika.

V enem izmed poglavij dokažem izrek Miquela in definiram Jamesovo pravokotnost, nato pa posplošim Feuerbachovo krožnico v ravnino Minkowskega. Feuerbachova krožnica gre v ravnini Minkowskega skozi devet značilnih točk trikotnika samo, če je ta ravnina evklidska, sicer je teh značilnih točk le šest. Na koncu predstavim še Feuerbachovo krožnico tetivnega n -kotnika in dokažem izrek, ki govori o krožnici osmih točk štirikotnika s pravokotnima diagonalama.

Math. Subj. Class. (2000): 51B20, 51M04, 51M05, 51F99, 52A10

Ključne besede: ravnina Minkowskega, evklidska ravnina, norma, enotski disk, krožnica, homotetija, stroga konveksnost, višinska točka, Eulerjeva premica, Feuerbachova krožnica, tetivni n -kotnik, pridruženi trikotnik

Keywords: Minkowski plane, Euclidean plane, norm, unit ball, circle, homothet, strict convexity, orthocenter, Euler line, Feuerbach circle, cyclic polygon, associated triangle

Literatura

- [1] H. Martini, M. Spirova, *The Feuerbach circle and orthocentricity in normed planes*, L'Enseignement Mathématique (2) 53 (2007), 237 – 258.
- [2] E. Asplund, B. Grünbaum, *On the geometry of Minkowski planes*, L'Enseignement Mathématique (2) 6 (1960), 299 – 306.
- [3] R.A. Johnson, *A circle theorem*, The American Mathematical Monthly (5) 23 (1916), 161 – 162.
- [4] D.N. Mackenzie, *Triquetras and Porisms*, The college mathematics journal 23 (1992), 118 – 131.
- [5] H. Martini, K.J. Swanepoel, G. Weiß, *The Geometry of Minkowski Spaces - A Survey. Part I*, Expositiones Mathematicae 19 (2001), 97 – 142.
- [6] J.C.Á. Paiva, A. Thompson, *On the Perimeter and Area of the Unit Disc*, The American Mathematical Monthly (2) 112 (2005), 141 – 154.
- [7] A.C. Thompson, *Minkowski Geometry*, Cambridge, Cambridge University Press 1996.
- [8] M. Hladnik, *Konveksne množice v ravnini*, Ljubljana, Knjižnica Sigma (številka 64), Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije 1997.
- [9] T. Bonnesen, W. Fenchel, *Theorie der Konvexen Körper*, Chelsea Publishing Company, Bronx, New York 1948, 142 – 143.