Povzetek

V uvodnem delu predstavimo hiperbolično ravninsko geometrijo. Pogledamo si, kako je peti postulat evklidske geometrije botroval k njenemu razvoju in kateri matematiki so največ prispevali k temu. Natančno si ogledamo aksiome, ki opišejo hiperbolično ravninsko geometrijo in povzamemo bistvene razlike med omenjenima geometrijama. Nekaj besed namenimo vlogi hiperbolične geometrije in njeni predstavi. V nadaljevanju nato pojasnimo, kaj so matematični modeli in kakšen je njihov namen.

Drugo poglavje je v celoti posvečeno petim modelom hiperbolične ravninske geometrije. Pri vseh modelih, z izjemo Gansovega, najprej predstavimo nedefinirane pojme. Pojem "biti skladen" definiramo tekom predstavitve posameznega modela. Skladnost daljic namreč vpeljemo s pomočjo metrike, katere definicija je odvisna od modela, ki ga obravnavamo. Podobno je tudi s skladnostjo kotov. Pri Gansovem modelu se z metriko ukvarjamo šele v tretjem poglavju, tu pa se posvetimo predvsem njegovi izpeljavi.

Prvi model, ki ga predstavimo, je Beltrami–Kleinov model. Pri njem največ pozornosti namenimo premicam, saj se približajo evklidskemu pojmu le-teh, kar je prednost tega modela pred ostalimi. Naslednja dva obravnavana modela sta Poincaréjev disk in Poincaréjeva polravnina. Oba sta za razliko od prvega modela konformna, vendar je konstrukcija premic v njiju bolj kompleksna. Prav zaradi omenjene konstrukcije se pri Poincaréjevem disku seznanimo s pojmom inverzije. Četrti model je edini, ki ni vložen v evklidsko ravnino temveč v evklidski prostor - predstavljen je na površini hiperboloida. Imenujemo ga Weierstrassov model in je tudi edini model, za katerega preverimo, da zadošča aksiomom hiperbolične ravninske geometrije. Nazadnje si ogledamo že prej omenjeni Gansov model.

Na začetku tretjega poglavja namenimo nekaj besed kategoričnosti aksiomatskega sistema, nato pa pokažemo, da je vseh pet modelov med seboj izomorfnih in tako upravičimo vse obravnavane modele kot modele hiperbolične ravninske geometrije.

Math. Subj. Class. (2010): 51M10, 51M15.

Ključne besede: hiperbolična geometrija, geometrijske konstrukcije, Beltrami–Kleinov model, Poincaréjev disk, Poincaréjeva polravnina, Weierstrassov model, Gansov model.

Keywords: hiperbolic geometry, geometric constructions, Beltrami–Kleinov model, Poincaré disk model, Poincaré half-plane model, Weierstrass model, Gans model.

Literatura

[1] M. J. Greenberg, *Euclidean and Non-Euclidean Geometries, Development and history*, W. H. Freeman and the company, San Francisco 1973

[2] R. L. Faber, *Foundations of Euclidean and Non-Euclidean Geometry*, Marcel Dekker, New York, Basel 1983

[3] D. Gans, *A New Model of the Hyperbolic Plane*, The American Mathematical Monthly **Vol. 73, No. 3** (1966), str. 291–295

[4] H. S. M. Coxeter, *Introduction to Geometry*, John Wiley & Sons, New York 1989

[5] A. Ramsay in R.D. Richtmyer, *Introduction to hyperbolic geometry*, Springer-Verlag, New York 1995

[6] http://education.uncc.edu/droyster/courses/spring99/math3181/classnotes/ HyperbolicModels.pdf, *Models of Hyperbolic Geometry*

[7] K. Bhumkar, *Interactive visualization of Hyperbolic geometry using the Weierstrass model*, diplomsko delo, Universaity of Minnesota, 2006

[8] I. Vidav, *Števila in matematične teorije*, Mladinska knjiga, Ljubljana 1965

[9] B.A. Rosenfeld in N.D. Sergeeva, *Stereographic projection*, Mir publishers, Moscow 1977