

Povzetek

Diplomska naloga nas popelje skozi separacijske aksiome in nekatere njihove lastnosti. Nekaj smo jih že obravnavali pri predmetu Topologija v drugem letniku univerzitetnega študija matematike, vendar bomo tudi te omenili ponovno, saj ostali aksiomi niso čisto neodvisni od njih.

V prvem delu se bomo sprehodili skozi zgodovino separacijskih aksiomov, zato da bralec dobi vsaj malo občutka, kako tako pomembni aksiomi sploh nastanejo.

V drugem delu bomo obravnavali separacijske aksiome na sodoben način, kot jih je opisal Stephen Willard v knjigi *General Topology* [42]. Za lažje razumevanje sem obrnila pojme, npr. regularni in T_3 , kot smo to storili na predavanjih. Veliko trditev in primerov je zaradi predznanja iz predmeta Topologija podanih brez dokazov, saj jih najdemo v Zapiskih predavanj [22], ki jih je objavil Janez Mrčun, in v knjigi *Splošna topologija* [23], katere avtor je Petar Pavešić.

V tretjem delu bomo samo omenili vmesne separacijske aksiome, saj jih je toliko, da bi njihova razlaga lahko bila samostojna naloga. Povzeti so po članku *Remarks on separation axioms* [30], ki ga je objavil Asha Rani Singal.

Zadnji del pa je sklepni komentar, ki je v bistvu kratek povzetek vsega, kar smo spoznali v drugem delu, ki je za študente matematike najbolj zanimiv. V tem delu sem naredila tudi shematski prikaz medsebojne odvisnosti aksiomov. Pri tem sem si pomagala s knjigo *Counterexamples in Topology* [31], na katero sem se obrnila tudi pri iskanju primerov za drugi del naloge.

Math. Subj. Class. (2010): 54D10; 54D15.

Ključne besede: separacijski aksiomi, Urysohnova lema, Tietzejev razširitveni izrek, regularen, normalen, povsem regularen, polregularen, povsem normalen, popolnoma normalen, prostor Tihonova, Hausdorffov prostor, T_0 , T_1 , T_2 , $T_{2\frac{1}{2}}$, T_3 , $T_{3\frac{1}{2}}$, T_4 , T_5 , T_6 .

Keywords: separation axioms, Urysohn's lemma, Tietze's extension theorem, regular, normal, completely regular, semi-regular, completely normal, perfectly normal, Tychonoff space, Hausdorff space, T_0 , T_1 , T_2 , $T_{2\frac{1}{2}}$, T_3 , $T_{3\frac{1}{2}}$, T_4 , T_5 , T_6 .

Literatura

- [1] P. Alexandroff and Hopf, *Topologie I*, Berlin (1935).
- [2] E. Borel, *Contribution à l'analyse arithmétique du continu*, J. de Math. **9** (1903) 329–375.
- [3] E. Čech, *Sur la dimension des espaces parfaitement normaux*, Bull. Acad. Boème **33** (1932) 38–55.
- [4] E. W. Chittenden, *On the equivalence of écart and voisinage*, Trans. Amer. Math. Soc. **21** (1917) 161–166.
- [5] W. T. Van Est and H. Freudenthal, *Trennung durch stetige functionen in topologischen Räumen*, Indagationes Math. **13** (1951) 359–368.
- [6] M. Fréchet, *Generalisation d'un théorème de Weierstrass*, C. R. Ac. Sc. **139** (1904) 848.
- [7] M. Fréchet, *Sur quelques points du calcul fonctionnel*, Rend. Circ. Mat. Palermo. **22** (1906) 1–74.
- [8] M. Fréchet, *Sur la notion de voisinage dans les ensembles abstraits*, Bull. Sc. Math. **42** (1918) 138–156.
- [9] M. Fréchet, *Sur les ensembles abstraits*, Ann. Éc. Norm. Sup. **38** (1921) 341–387.
- [10] M. Fréchet, *Esquisse d'une théorie des ensembles abstraits*, Sir Asutosh Mookerjee silver jubilee volumes, Science **2** (1922) 233–394.
- [11] F. Hausdorff, *Grundzüge der Mengenlehre*, Leipzig (1914).
- [12] E. R. Hedrick, *On properties of a domain for which any derived set is closed*, Trans. Amer. Math. Soc. **12** (1911) 285–294.
- [13] E. Hewitt, *A problem of set theoretic topology*, Duke Math. J. **10** (1943) 309–333.
- [14] D. Hilbert, *Grundlagen der Geometrie*, Leipzig (1899).
- [15] D. Hilbert, *Über die Grundlagen der Geometrie*, Math. Ann. **56** (1903) 381–422.
- [16] C. Kuratowski, *Sur l'opération A de analysis situs*, Fund. Math. **3** (1922) 182–199.
- [17] C. Kuratowski, *Topologie I*, Warsaw (1933).
- [18] C. Kuratowski, *Introduction to set theory and topology*, New York (1961).
- [19] S. Lefschetz, *Algebraic topology*, A. M. S. Colloquium Publication XXVII, New York (1942).
- [20] E. H. Moore, *On a form of general analysis with application to linear differential and integral equations*, Atti. IV Congr. Internaz. Mat., Rome II (1909) 98–114.
- [21] R. L. Moore, *On the foundations of plane analysis situs*, Trans. Amer. Math. Soc. **17** (1916), 131–164.
- [22] J. Mrčun, *Topologija*, Zapiski predavanj, druga izdaja, Oddelek za Matematiko, Univerza v Ljubljani, 2007
- [23] P. Pavešić, *Splošna topologija*, DMFA-založništvo, Ljubljana, 2008.
- [24] H. Poincaré, *Analysis situs*, J. de l'École Polytechnique **1** (1895) 1–121.
- [25] R. Riesz, *Die Genesis des Raumbegriffs*, Math. u Naturwiss. Berichte aus Ungarn **24** (1906) 309–353.
- [26] R. Riesz, *Stetigkeitsbegriff und Abstrakte Mengenlehre*, Atti. IV Congr. internaz. mat., Rome II (1909) 18–24.
- [27] R. Root, *Iterated limits of functions on an abstract range*, Bull. Amer. Math. Soc. **19** (1911) 538–539.
- [28] R. Root, *Iterated limits in general analysis*, Amer. J. Math. **36** (1914) 79–134.
- [29] W. Sierpinski, *General topology*, Toronto (1952).
- [30] A. R. Singal, *Remarks on separation axioms*, v: General Topology and Its Relations to Modern Analysis and Algebra (S. P. Franklin, Z. Frolík, V. Koutník), Proceedings of the Kanpur topological conference, 1968, Academia Publishing House of the Czechoslovak Academy of Sciences, Praha, 1971, 265–296.

- [31] L. A. Steen in J. A. Jr. Seebach, *Counterexamples in Topology*. 2nd ed. New York: Springer-Verlag, c1978. ISBN-13: 978-0-486-68735-3. ISBN-10: 0-486-68735-X.
- [32] M. H. Stone, *Applications of boolean algebras to topology*, Math. Sbort. **1** (1936) 769–771.
- [33] H. Tietze, *Beiträge zur Allgemeine Topologie*, Math. Ann. **88** (1923) 173–204.
- [34] H. Tietze, *Über Analysis situs*, Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität, **2** (1923) 27–70.
- [35] H. Tietze und L. Vietoris, *Beziehungen zw. den versch. Zweigen der Topologie*, Encykl. Math. Wiss. III AB **13** (1929) 141–237.
- [36] A. Tychonoff, *Über ein Metrisationssatz von P. Urysohn*, Math. Ann. **95** (1925) 139–142.
- [37] A. Tychonoff, *Über die Topologische Erweiterung von Räumen*, Math. Ann. **120** (1929) 544–561.
- [38] P. Urysohn, *Mächtigkeit Zusammenhängender Mengen*, Math. Ann. **94** (1925) 262–295.
- [39] L. Vietoris, *Stetige Mengen*, Monatsh f. Math. u. Phys. **31** (1921) 173–204.
- [40] A. Weil, *Sur les espaces a structure uniforme et sur la topologie generale*, Actualités Sci. Ind. **551**, Paris (1937).
- [41] H. Weyl, *Der Idee der Riemannschen Fläche*, Berlin (1913).
- [42] S. Willard, *General Topology*. 1st ed. Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company, 1970. ISBN 0-486-43479-6.
- [43] J. W. T. Youngs, *A note on separation axioms and their application in the theory of a locally connected topological space*, Bull. Amer. Math. Soc. **49** (1943) 383–385.