Povzetek

Delo obravnava problem, s katerim se matematiki ukvarjajo že vsaj četrt tisočletja. Ali je možno sestaviti kvadratno shemo velikosti 3×3 z devetimi kvadrati različnih naravnih števil, katerih vsota je v vsaki vrstici, stolpcu in diagonali enaka? Pri preučevanju lastnosti, ki naj jih imajo ustrezna števila, igrajo pomembno vlogo enolična razcepnost števil, relacija kongruence in razširitev kolobarja celih števil $\mathbb{Z}$ na kolobarja $\mathbb{Z}[i]$ in $\mathbb{Z}[\sqrt{2}]$.

V drugem poglavju zato pregledamo algebrske strukture, od grup, kolobarjev, do glavnih, Gaussovih in evklidskih kolobarjev ter kolobarjev ostankov po modulu naravnega števila.

V tretjem poglavju preučimo lastnosti in spoznamo omejitve, ki veljajo za števila pri sestavljanju magičnega kvadrata kvadratov reda 3 ter na koncu pokažemo, da magičnega kvadrata reda 3 ni mogoče sestaviti s kubi različnih celih števil.

Math. Subj. Class. (2010): 05B15, 13F07

Ključne besede: magični kvadrat, magična vsota, deljivost, enolična razcepnost, nerazcepni element, evklidski kolobar, Evklidov algoritem

Keywords: magic square, magic sum, divisibility, unique factorization, irreducible element, Euclidean domain, Euclidean algorithm

Zaključek

Zaključek je deloma povzet po viru [1].

V zadnjem poglavju smo spoznali, da obstajajo precejšnje omejitve pri izbiri števil za sestavo magičnega kvadrata kvadratov reda 3. Največ upanja, če je obstoj kvadrata sploh možen, daje deljivost elementov kvadrata s praštevili oblike $p \equiv 1 \pmod 8$.

V letu 2015 je Paul Zimmermann z dvema študentoma Paulom Pierratom in Françoisom Thirietom dokazal, da mora magična vsota takega kvadrata zadoščati kongruenci $S \equiv 3 \pmod{72}$, elementi pa kongruenci $x^2 \equiv 1 \pmod{24}$.

Dobro desetletje predtem je Duncan A. Buell z računalniškim programom preverjal, kakšnega velikostnega reda morajo biti elementi, ki sestavijo del magičnega kvadrata kvadratov reda 3, brez prvega in zadnjega elementa v srednji vrstici, t. i. "magično peščeno uro". Da so torej enake vsote elementov kvadrata v prvi in zadnji vrstici, srednjem stolpcu ter obeh diagonalah, kar je precej milejši pogoj od zadostnega. Ugotovil je, da mora biti osrednji element kvadrata večji od $25 \cdot 10^{24}$. To dejstvo potrjuje domnevo Martina Gardnerja, da morajo biti v primeru obstoja kvadrata njegovi elementi ogromna števila.

Očitno je izjemno težko sestaviti magični kvadrat kvadratov reda 3, če je to sploh možno, medtem ko je možno sestaviti magične kvadrate kvadratov višjih redov, saj so posamezni primeri znani.

Očitno je izjemno težko tudi dokazati, da magični kvadrat kvadratov reda 3 ne obstaja, če je to sploh res, medtem ko je v zadnjem razdelku tega dela povzet dokaz, da se magičnega kvadrata reda 3 ne da sestaviti s kubi različnih celih števil.

Ko je leta 1994 Andrew Wiles dokazal zadnji Fermatov izrek, je spodbudil k raziskavam kar nekaj matematikov in iz njihovih del sledi, da se magični kvadrat reda 3 ne da sestaviti niti z višjimi potencami različnih celih števil.

Literatura

[1] Christian Boyer, *Multimagic Squares*, [ogled 22. 4. 2016], dostopno na: `http://www.multimagie.com`.

[2] Kevin Brown, *Magic Square of Squares*, [ogled 1. 5. 2016], dostopno na: `http://mathpages.com/home/kmath417/kmath417.htm`.

[3] Robert Friedman, *Factorization in Integral Domains*, [ogled 6. 5. 2016], dostopno na: `http://www.math.columbia.edu/~rf/factorization1.pdf`.

[4] Jože Grasselli, *Algebraična števila*, DMFA, Ljubljana, 1983.

[5] Jože Grasselli, *Diofantske enačbe*, DMFA, Ljubljana, 1984.

[6] Jože Grasselli, *Osnove teorije števil*, Mladinska knjiga, Ljubljana, 1966.

[7] *Magic Square*, [ogled 22. 4. 2016], dostopno na: `https://en.wikipedia.org/wiki/Magic_square`.

[8] Landon W. Rabern, *Properties of Magic Squares of Squares*, Rose-Hulman Institute of Technology Undergraduate Math Journal **4** (2003), N. 1.

[9] Wacław Sierpiński, *Elementary Theory of Numbers*, Warszawa, 1964, [ogled 6. 5. 2016], dostopno na: `http://matwbn-old.icm.edu.pl`.

[10] Ivan Vidav, *Algebra*, DMFA, Ljubljana, 1989.