

Povzetek. V uporabi matematike pogosto srečamo semialgebraične množice; to so množice, ki se dajo konstruirati s pomočjo polinomskih enačb in neenačb. Geometrijske lastnosti teh množic preučuje semialgebraična geometrija, njihove algebrajske lastnosti pa realna algebra. Na preseku teh dveh panog matematike se nahajajo izreki o konstantni predznačenosti. K tem izrekom prištevamo izrek o ničlah, izrek o pozitivnosti in izrek o nenegativnosti.

Cilj tega dela je dokazati homogene posplošitve izrekov o konstantni predznačenosti. Izpeljava teh izrekov poteka postopoma. Najprej se seznanimo z osnovami realne algebre, ki so potrebne za razumevanje izpeljave zgoraj omenjenih izrekov. Pri tem dokažemo Langov izrek o homomorfizmu, ki je eden ključnih izrekov realne algebre.

Zatem se lotimo homogenih izrekov o predznačenosti. Najprej dokažemo nekaj posebnih primerov teh izrekov in iz njih izpeljemo izreke v vsej splošnosti. S pomočjo homogenih izrekov o konstantni predznačenosti izpeljemo (nehomogene) izreke o konstantni predznačenosti, ki so v sedemdesetih letih tega stoletja vzpodbudili razvoj novih panog matematike, med drugim realne algebraične geometrije in semialgebraične geometrije.

V zadnjem poglavju si ogledamo še valuacije. Dokažemo Baer-Krullovo izrek, ki je najmočnejše orodje pri klasifikaciji ureditev realnih obsegov. Uporabimo ga pri klasifikaciji ureditev obsega racionalnih funkcij nad poljubnim realno zaprtim obsegom.



Literatura

- [1] J. Bochnak, M. Coste, M.-F. Roy, Real Algebraic Geometry, *Springer-Verlag*, 1998.
- [2] G. W. Brumfiel, Partially Ordered Rings and Semi-Algebraic Geometry, *Cabridge University Press*, 1979.
- [3] J. Cimprič, Izrek o pozitivnosti, *Obzornik mat. fiz.*, **46** (1999) 75-82.
- [4] C. N. Delzell, A continuous, constructive solution to Hilbert's 17th problem, *Invent. math.*, **76** (1984) 365-384.
- [5] Z. Guangxin, Homogeneous Stellensätze in Semialgebraic Geometry, *Pacific Journal Of Mathematics*, **136** (1989) 103-122.
- [6] M. Knebusch, C. Scheiderer, Einführung in die reele Algebra, *Vieweg Verlag*, 1989.
- [7] T. Y. Lam, An introduction to real algebra, *Rocky Mountain J. Math.*, **14** (1984) 767-814.
- [8] S. Lang, Algebra, *Addison-Wesley publishing company*, 1995.
- [9] B. Lavrič, Delno urejene grupe in delno urejeni kolobarji, *DMFA Slovenije*, 1993.
- [10] M. Marshall, Spaces of Orderings and Abstract Real Spectra, *Springer-Verlag*, 1996.
- [11] G. Stengle, A Nullstellensatz and a Positivstellensatz in Semialgebraic Geometry, *Math. Ann.* **207** (1974) 87-97.
- [12] G. Stengle, Integral Solution of Hilbert's Seventeenth Problem, *Math. Ann.* **246** (1979) 33-39.
- [13] R. Walker, Algebraic curves, *Springer-Verlag*, 1978.
- [14] O. Zariski, P. Samuel, Commutative Algebra (Volume II), *Van Nostrand*, 1960.