

Povzetek.

V tem delu se bomo osredotočili na izpeljavo stohastičnega integrala glede na semi-martingale. Osnovno orodje pri tem bo teorija martingalov in njihovih izvedenk, lokalnih martingalov. Poleg tega bomo dokazali nekatere lastnosti Brownovega gibanja, ki je najbolj viden predstavnik martingalov in največkrat uporabljen v praksi. V nadaljevanju bomo pokazali tri pomembne izreke v teoriji stohastične integracije. Prvi je Itôva formula, ki nam stohastične integrale pomaga računati. Drugi je izrek o martingalski reprezentaciji, ki nam pove, da je pod ustreznimi predpostavkami vsak martingal stohastičen integral glede na Brownovo gibanje. Tretji izrek je izrek Girsanova, ki nam podaja dekompozicijo lokalnega martingala po spremembi mere. Definirali bomo stohastične diferencialne enačbe in dokazali, da rešitve obstajajo v primeru enačbe z Lipschitzovimi koeficienti.

Vsa orodja, ki smo jih uvedli, bomo uporabili na primeru vrednotenja opcij v kompletnih trgih ter dokazali Black-Sholesovo formulo za vrednotenje evropskih nakupnih opcij. Preostanek diplome bomo posvetili študiju drugih pomembnih primerov opcij, ki niso odvisne le od vrednosti delnice ob času dospelja, pač pa od celotne trajektorije cen delnic. Dva primera takih opcij sta look-back opcija in azijska nakupna opcija.

MATH. SUBJ. CLASS. (2000): 91B28 (primaren), 91B30, 91B26, 60H05, 60H10, 60J65, 60G15, 60G44, 60G51.

Ključne besede: Brownovo gibanje, martingali v zveznem času, izrek o opsijskem ustavljanju, stohastična integracija, kvadratična variacija, Itôva formula, stohastične diferencialne enačbe, izrek o martingalski reprezentaciji, teorija Girsanova, vrednotenje opcij, evropski izvedeni zahtevki, evropske opcije, Black-Sholesova formula, ameriški izvedeni zahtevki, ameriške opcije, look-back opcije, azijske opcije.

Literatura

- [Baxter-Rennie] Baxter, M., Rennie, A. (1996) *Financial Calculus (An introduction to derivative pricing)*, Cambridge University Press.
- [Black-Sholes] Black, F., Sholes, M. S. (1975) *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*, Journal of Political Economy, 6, 637-654.
- [Bodie-Kane] Bodie, Z., Kane, A., Marcus, A. J. (1996) *Investments*, Third Edition, The McGraw-Hill Companies, Inc.
- [Geman-Yor] Geman, H., Yor, M. (1992) *Quelques relations entre processus de Bessel, options asiatiques et fonctions confluentes hypergéométriques*, C. R. Acad. Sci. Paris, t. 314, Série I, p. 471-474.
- [Gemmil] Gemmil, G. (1993) *Options Pricing, An international perspective*, McGraw-Hill Book company Europe.
- [Grimmet-Stirzaker] Grimmet, G. R., Stirzaker, D. R. (1997) *Probability and Random Processes*, Clarendon Press, Oxford.
- [Harrison-Pliska] Harrison, J. M., Pliska, S. R. (1980) *MARTINGALES AND STOCHASTIC INTEGRALS IN THE THEORY OF CONTINUOUS TRADING*, Stochastic Processes and their Applications 11 (1981) 215-260, North-Holland Publishing Company.
- [Hunt-Kennedy] Hunt, P. J., Kennedy, J. E. (2000) *Financial Derivatives in Theory and Practice*, John Wiley & Sons, Ltd.
- [Karatzas-Shreve(88)] Karatzas, I., Shreve, S. E. (1988) *Brownian Motion and Stochastic Calculus*, Springer-Verlag New York Inc.
- [Karatzas-Shreve(98)] Karatzas, I., Shreeve, S. E. (1998) *Methods of Mathematical Finance*, Springer-Verlag New York Inc.
- [Korn-Korn] Korn, R., Korn, E. (2000) *Option Pricing and Portfolio Optimization: Methods of Financial Mathematics*, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island.
- [Lamberton] Lamberton, D., Lapeyre, B. (1996) *Introduction to Stochastic Calculus Applied to Finance*, Chapman & Hall.
- [Musiela-Rutk] Musiela, M., Rutkowski, M. (1997) *Martingale Methods in Financial Modelling*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- [Øksendal] Øksendal, B. (1995) *Stochastic Differential Equations, An introduction with Applications*, Fifth Edition, Springer.

- [Revuz-Yor] Revuz, D., Yor, M. (1994) *Continuous Martingales and Brownian Motion*, Second Edition, Springer-Verlag.
- [Steele] Steele, J. M. (2001) *Stochastic Calculus and Financial Applications*, Springer.
- [Yor1] Yor, M. (1993) *From planar Brownian windings to Asian options*, Insurance: Mathematics and Economics 13, pp. 23-34.
- [Yor2] Yor, M. (1992) *Sur les lois des fonctionnelles exponentielles du mouvement brownien, considérées en certains instants aléatoires*, C. R. Acad. Sci. Paris, t. 314, Série I, p. 951-956.

Stv

Azijške
defi
izraBlack-S
Black-S
Brown
defi
dok
Höl
krep
kva
Lév
mar
nikj
prin
tota

Doobov

Finanč
mo
nor
vreGausso
defiItôva f
Izrek G
spl
za
zaIzrek o
Izrek o
Izrek oKazam
KvadraLokaln
čas
def