

POVZETEK

Naloga obravnava osnove in uporabo sintetične topologije — veje topologije, ki za osnovo vzame zveznost namesto odprtosti, za orodje pa kategorije namesto množic.

Najprej pokažemo povezavo med klasično in sintetično topologijo, ki temelji na bijekciji med odprtimi podmnožicami topološkega prostora in zveznimi funkcijami v prostor Sierpinskega. Topološke lastnosti so tako izražene kar z obstojem določenih zveznih funkcij. S pomočjo lambda računa te funkcije sestavljamo v nove in tako dobivamo zelo kratke dokaze znanih trditvev.

Ob podrobni raziskavi topologij na prostoru preslikav ugotovimo, da za sintetične dokaze potrebujemo kartezično zaprto kategorijo, kar pa kategorija topoloških prostorov ni. Zato jo vložimo v kategorijo ekviloških prostorov in nato dokažemo, da so trditve, dokazane s sintetičnimi dokazi, veljavne tudi v klasični topologiji.

Na koncu si ogledamo posplošene topološke prostore, ki zajemajo vse kategorije, v katere bi želeli vložiti kategorijo topoloških prostorov. V večji splošnosti dokažemo nekatere povezovalne trditve in nakažemo smer sintetičnih dokazov v drugih posplošenih topoloških prostorih.

Math. Subj. Class. (MSC 2000): 03B40, 18A40, 54A05, 54C05, 54C35, 54J05

Ključne besede:

sintetična topologija, prostori preslikav, eksponenti topoloških prostorov, ekviloški prostori, posplošeni topološki prostori

Keywords:

synthetic topology, function spaces, exponentials of topological spaces, equilogical spaces, generalized topological spaces

LITERATURA

- [1] S. Awodey, *Categories for Everybody*, neobjavljeno in dosegljivo na naslovu <http://www.andrew.cmu.edu/user/awodey/>, junij 2004.
- [2] A. Bauer, *Equilogical Spaces are Imaginary*, neobjavljeno in dosegljivo na naslovu <http://www.andrej.com/talks/>, november 2003.
- [3] A. Bauer, L. Birkedal, D.S. Scott, *Equilogical Spaces*, *Theoretical Computer Science* **315** (2004), št. 1, 35–59.
- [4] M.H. Escardó, *Synthetic topology of data types and classical spaces*, *Electronic Notes in Theoretical Computer Science* **87** (2004), 21–156.
- [5] M.H. Escardó, R. Heckmann, *Topologies on spaces of continuous functions*, *Topology Proceedings* **26** (2002), št. 2, 545–564.
- [6] J.R. Isbell, *Function Spaces and Adjoints*, *Symposia Mathematica* **36** (1975), 317–339.
- [7] S. Mac Lane, *Categories for the Working Mathematician*, *Graduate Texts in Mathematics*, št. 5, Springer-Verlag, 1971.
- [8] D.S. Scott, *A New Category?*, neobjavljeno in dosegljivo na naslovu <http://www.cs.cmu.edu/Groups/LTC/>, december 1996.