POVZETEK

AMS Subj.Class.(1970) 46 J10, 46 J15

Kompleksna funkcijska algebra je algebra zveznih kompleksnih funkcij na kompaktnem Hausdorffovem prostoru, če loči točke v tem prostoru, če so v njej kompleksne konstantne funkcije in če je zaprta v enakomerni normi. Predstavlja poseben primer komutativnih Banachovih algeber z enoto in je zato del področja funkcionalne analize, ki se prepleta s teorijo kompleksnih funkcij.

Primerov funkcijskih algeber ne manjka: če je X kompakten Hausdorffov prostor, je prostor $\mathcal{C}(X)$, opremljen z enakomerno normo, funkcijska algebra. Znani so številni izreki [15], ki navajajo zadostne pogoje, pri katerih je neka funkcijska algebra enaka algebri $\mathcal{C}(X)$, prav tako pa tudi številni primeri, ko to ni res, na primer $\mathcal{A}^1$, algebra vseh zveznih funkcij na enotni krožnici v $\mathbb{C}$, ki jih je mogoče razširiti do zveznih funkcij na vsem zaprtem enotnem krogu $\overline{\Delta}$, analitičnih v odprtem enotnem krogu Δ. V tem primeru spekter $\overline{\Delta}$ vsebuje množico Δ, na kateri so vse Gelfandove transformiranke funkcij iz $\mathcal{A}^1$ analitične. Zato je naravno naslednje vprašanje: če funkcijska algebra A na prostoru X ni enaka $\mathcal{C}(X)$, ali je tedaj A podobna algebri analitičnih funkcij - to je, ali so morda funkcije iz algebre A, oziroma njih Gelfandove transformiranke, na kakšnem delu spektra analitične ?

Raziskave v tej smeri so proti koncu petdesetih in v začetku šestdesetih let dale nekaj pritrdilnih odgovorov. Gleason je dokazal, da je okolica elementa spektra funkcijske algebre, katerega jedro je končno algebrajsko generiran ideal, homeomorfna slika neke analitične mnogoterosti v $\mathbb{C}^N$, Gelfandove transformiranke vseh funkcij iz algebre pa analitične funkcije na njej. V spekter funkcijske algebre je tudi uvedel ekvivalenčno relacijo, ki ji je kasneje dal novo vsebino Bishop s tem, da je pokazal, kaj ta relacija pomeni za predstavne mere elementov iz spektra. Za funkcijske algebre, katerih kompleksni homomorfizmi

imajo samo eno predstavno mero na robu Šilova, je bilo dokazano, da so ekvivalenčni razredi ali točke ali pa analitični diski. To je tudi najlepši rezultat teorije, čeprav seveda ne poslednji, saj je za posebne primere dokazanih še mnogo izrekov. Potrebno pa je povedati, da je Stolzenberg konstruiral primer funkcijske algebre, katere spekter nima nobene analitične strukture, ki bi bila vsklajena z algebro. Za splošen primer torej ne moremo govoriti o analitični naravi funkcij v funkcijski algebri, ki ni algebra vseh zveznih funkcij na danem prostoru.

Bralec, ki bi ga zgornji problem zanimal, lahko najde v [4], [10] in [15] podrobnejšo obravnavo in tudi obsežne sezname literature.

L I T E R A T U R A

1 BEAR H.S.: Lectures on Gleason Parts (Lecture Notes in Mathematics, Vol.121), Berlin, Springer-Verlag, 1970.

2 BISHOP E.: Uniform Algebras, Proceedings of the Conference on Complex Analysis (Minneapolis 1964), Berlin, Springer-Verlag, 1965.

3 BOCHNER S., MARTIN T.W.: Several Complex Variables (Princeton Mathematical Series, Vol.2o), Princeton University Press, 1948.

4 GAMELIN T.W.: Uniform Algebras, Englewood Cliffs N.J., Prentice-Hall, 1969.

5 GLEASON A.M.: Finitely Generated Ideals in Banach Algebras, J.Math.Mech.,13(1964).

6 GUNNING R.C., ROSSI H.: Analytic Functions of Several Complex Variables, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1965.

7 HOFFMAN K.: Parts and Analyticity, Function Algebras (Proc.Intern.Symp.Function Algebras, Tulane Univ. 1965), Chicago, Scott, Foresman, 1966.

8 KRA I.: On the ring of holomorphic functions on an open Riemann surface, Trans. Amer. Math. Soc., 132 (1968).

9 KRIŽANIČ F.: Funkcije več kompleksnih spremenljivk (Postdiplomski seminar iz matematike, d.2), Ljubljana, IMFM, 1971.

1o LEIBOWITZ G.M.: Lectures on complex function algebras, Glenview, Scott,Foresman and comp.,197o.

11 NACHBIN L.: Holomorphic Functions, Domains of Holomorphy and Local Properties (Mathematics Studies, Vol.1), Amsterdam,North-Holland, 197o.

12 RICHARDS I.: Axioms for Analytic Functions, Advances in Mathematics, 5(1971).

13 RUDIN W.: Real and Complex Analysis, Ljubljana, Mladinska knjiga, 197o.

14 STOLZENBERG G.: A Hull With No Analytic Structure, J.Math.Mech., 12(1963).

15 STOUT E.L.: The Theory of Uniform Algebras,Tarrytown on Hudson, N.Y.,Bogden and Quigley,1971.

16 WERMER J.: Banach Algebras and Analytic Functions, Advances in Mathematics, 1(1961).

17 WERMER J.: Banach Algebras and Several Complex Variables (Graduate Texts in Mathematics, Vol.35), New York, Berlin,Heidelberg, Springer-Verlag, 1976.