AMS Subj. Class. (1970)
46 B 99

Že z naslovom Diferencialni račun v Banachovih prostorih je tema diplomskega dela jasno izražena. Zato sledi tu le kratek opis vsebine in pomena posameznih poglavij.

Po uvodnem poglavju, ki je potrebno za razumevanje nadaljnjih izvajanj, sledi osnovno poglavje tega dela. V njem definiramo odvod in izpeljemo osnovna pravila diferenciranja zveznih preslikav $f:U \to F$, katerih domena $U$ je odprta podmnožica Banachovega prostora $E$, kodomena $F$ pa je tudi Banachov prostor. Izkaže se, da je odvod preslikave $f$ v izbrani točki $a \in U$ linearna zvezna preslikava iz $E$ v $F$. S tem, ko dokažemo, da je prostor linearnih zveznih preslikav $\mathcal{L}(R;R)$ izometrično izomorfen $R$, pa postane jasno, da je odvod $f'(a) \in \mathcal{L}(E;F)$ posplošitev odvoda realne funkcije realne spremenljivke, ki se v poljubni točki $a \in R$ izraža z realnim številom $f'(a)$.

Po poglavju, v katerem poiščemo odvode zveznih preslikav med produkti Banachovih prostorov, pa sledi osrednje poglavje diplomskega dela, v katerem izpeljemo izrek o povprečni vrednosti za preslikave $f:U \to F$. V nasprotju z znanim Lagrangevim izrekom o povprečni vrednosti za realne funkcije realne spremenljivke dokažemo, da se v splošnem izrek o povprečni vrednosti izraža z neenačbo in ne z enačbo. Pomembnost in uporabnost izreka o povprečni vrednosti pa se kaže v navedenih posebnih primerih in aplikacijah tega izreka.

V zadnjem poglavju, v katerem definiramo višje odvode preslikav $f:U \to F$, pa izpeljemo še Taylorjevo formulo. S tem, ko ugotovimo, da je, za poljubno naravno število n, n-ti odvod $f^{(n)}(a) \in \mathcal{L}_n(E;F)$, postane očitno, da je ta Taylorjeva formula posplošitev Taylorjeve formule za realne funkcije realne spremenljivke. V primeru, ko je preslikava $f:U \to F$, pomeni namreč v sumandu Taylorjeve formule $\frac{1}{n!} f^{(n)}(a)(h)^n$ izraz $f^{(n)}(a)(h)^n$ vrednost n-linearne zvezne preslikave $f^{(n)}(a)$ na n-terici $(h)^n=(h,\dots,h) \in E\times\dots\times E$, medtem ko je v primeru, ko je preslikava $f:R \to R$, izraz $f^{(n)}(a)h^n$ kar produkt dveh realnih števil.

(Σ)

LITERATURA

[1] Cartan H.: Calcul différentiel, Paris, Hermann 1967

[2] Dieudonné J.: Foundations of Modern Analysis, Naw York, Academic Press 1969

[3] Dixmier J.: Cours de mathématiques du premier cycle (deuxième année), Paris, Gauthier-Villars 1969

[4] Križanič F.: Vektorska in tenzorska analiza, Ljubljana, Mladinska knjiga 1966

[5] Rudin W.: Functional Analysis, New York, McGraw-Hill 1973

[6] Rudin W.: Principles of Mathematical Analysis, Mexico, McGraw-Hill Novaro 1965