

1. OSNOVNI PROBLEMI ERGODIJSKE TEORIJE

a) UVOD. Na začetek vsake teorije sodi definicija. Definirati ergodijsko teorijo pa je težko. Iz preprostega razloga - preveč so še deljena mnenja o njej, kaj naj obravnavamo, kaj je njen osnovni prostor.... Največkrat proučujeta transformacije in tokove, njih globalne in dinamične lastnosti, povezane s statističnim, asimptotičnim obnašanjem. Imamo to-

V nalogi najprej obravnavamo osnovne pojme ergodijske teorije: invariantno mero, povrnljivost, ergodičnost in mešanje. V drugem poglavju delno odgovorimo na vprašanje o eksistenci invariantne mere, vsa naslednja poglavja pa služijo kot zgledi: translacije na  $n$ -razsežnem torusu, dinamični sistemi, linearni hamiltonski sistemi in model za gibanje enorazsežnega idealnega plina, vse v luči ergodijske teorije.

(3) Za vsa (1) in (2);  $M$  ima topološko in mersko strukturo, transformacije  $T_g : M \rightarrow M$  so zvezne in ohranjajo mero.

(4)  $M$  je gladka mnogoterost,  $T_g : M \rightarrow M$  gladke preslikave.

Ker je naš namen predstaviti samo nekaj osnovnih problemov ergodijske teorije, se bomo vsakega teh tipov le bomo dotaknili. Nekoliko več pozornosti bomo posvetili morda le (1) in (4).

Naš osnovni prostor  $M$  naj bo torej prostor z mero, trojka  $(M, X, \mu)$ . V množici  $M$  je tako definirana neka  $C$ -algebra  $X$ , na njej pa nenegativna števno aditivna funkcija - mero  $\mu$ . Če več, obstaja naj grupa ali polgrupa  $G$ , taka da je z vsakim elementom  $g \in G$  zvezana preslikava

$$T_g : M \rightarrow M$$

s lastnostmi

1.  $T_g$  je merljiva transformacija, t.j.

intervala  $\Delta$ , enaka 0. Tedaj pa funkcija  $f(S_t x)$  postane asimptotično merljiva glede na  $\sigma$ -algebro  $g(R - \Delta)$ . Neodvisnost  $\sigma$ -algebr  $g(\Delta)$  in  $g(R - \Delta)$  pa nas pripelje do želenega rezultata. Izrek je dokazan.

.....

#### Literatura:

- [1] Ya. G. Sinai: Introduction to Ergodic Theory, Princeton University Press
- [2] Walters P : Ergodic Theory - Introductory Lectures, Springer - Verlag, Berlin · Heidelberg · New York 1975
- [3] Arnold V.I., Avez A. : Ergodic Problems Of Classical Mechanics, W. A. Benjamin, inc. 1968
- [4] Halmos P. R. : Lectures on Ergodic Theory, Chelsea Publishing Company, New York, 1956
- [5] Kac M. : Probability and related Topics in Physical Sciences, Interscience Publishers, LTD., London, 1959
- [6] Arnold V. I. : Mathematical Methods of Classical Mechanics, Springer-Verlag, New York Heidelberg Berlin 1978
- [7] Križanič F. : Navadne diferencialne enačbe in variacijski račun, Ljubljana, 1974
- [8] Križanič F. : Liejeve grupe, Ljubljana, 1976
- [9] Nemitsky, Stepanov : Qualitative Theory of Differential Equations
- [10] Jamnik R. : Verjetnostni račun, Ljubljana, 1971
- [11] Chilov G. : Analyse Mathematique, Fonctions de plusieurs Variables reeles, Editions de Moscou, Mir, 1975.