Math.Subj.Class.(1980)
60 J 65

POVZETEK

V nalogi je obravnavan Wienerjev proces. Preučevanje tega procesa pokaže, da je ozko povezan z diferencialnimi enačbami. Vodi k robnim problemom za Laplaceovo enačbo $\Delta u=0$ (Dirichletova naloga) in za Poissonovo enačbo $\Delta u=-2$. Izkaže se, da je mogoče po eni strani s sredstvi analitične teorije preučevati lastnosti Wienerjevega procesa, po drugi pa z verjetnostnoteoretičnimi najti rešitve diferencialnih enačb.

Wiener je 1923 izpeljal matematično pravilno konstrukcijo verjetnostnega procesa Brownovega gibanja. Zato ga imenujemo Wienerjev proces.

Najprej se seznanimo s simetričnim slučajnim gibanjem na premici in nekaterimi njegovimi lastnostmi. Posplošimo ga na mrežo ℓ-dimenzionalnega prostora. Mrežo vse bolj zgoščamo, tako,da preide simetrično slučajno gibanje v limiti v zvezen proces. Podamo matematično definicijo Wienerjevega procesa. Zapišemo še markovski lastnosti Wienerjevega procesa, ki sta zelo pomembni za preučevanje nekaterih lastnosti Wienerjevega procesa. Opazujemo, kako se delec giblje po kompaktnem območju G, kakšna je porazdelitev točke $x(\tau)$, v kateri trajektorija z začetno točko v x prvič doseže mejo ∂G. Kje prestopi mejo, je odvisno tudi od robnih točk. Zato definiramo pravilne in nepravilne robne točke. Zaradi lažje verifikacije ugotovimo še nekaj kriterijev regularnosti. Ugotovimo, da je funkcija $f(x)=E_x\varphi(x(\tau))$ rešitev Dirichletove naloge, funkcija $u(x)=E_x\tau$ pa rešitev Poissonove enačbe $\Delta u=-2$.

LITERATURA

(1) Dynkin-Juškevič, Sätze und Aufgaben über markoffsche Prozesse, Springer, Berlin 1969

(2) Dynkin, Markov processes, Springer, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1965

(3) Dynkin, Die Grundlagen der Theorie der Markoffschen Prozesse, Springer, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1961