Povzetek

V delu obravnavamo problem določanja pasovnosti enostavnih, neuteženih grafov. Pasovnost grafa najprej posplošimo na p-pasovnost, $1 \leq p \leq \infty$. Običajno pasovnost potem nadomestimo z ∞-pasovnostjo. Predstavljene so pomembnejše splošne ocene za ∞-pasovnost, ki vsebujejo običajne invariante grafov. Nekatere od njih so nato še dodatno analizirane in prilagojene ostalim p-pasovnostim. Omenjene so tudi povezave med različnimi pasovnostmi. V nadaljevanju je vpeljana Laplaceova matrika grafa. Opravljena je obsežna analiza lastnosti te matrike in njenega spektra. Dokazane so nekatere zanimive povezave med običajnimi lastnostmi grafov in med drugo najmanjšo lastno vrednostjo λ_2 Laplaceove matrike grafa. Iz teh relacij so nato izpeljane spektralne ocene za p-pasovnosti, $p \in \{1, 2, \infty\}$, grafa. Omenjena je tudi prerezna pasovnost in njena povezava z Laplaceovim spektrom. V drugem delu je predstavljen hevristični algoritem za iskanje približka k za p-pasovnost optimalni označitvi grafa. Algoritem uporablja k drugi najmanjši Laplaceovi lastni vrednosti λ_2 pripadajoči lastni vektor $x^{(2)}$ in ima polinomsko časovno zahtevnost. Tako je to prvi praktično uporabni približni algoritem za ugotavljanje pasovnosti grafov, ki ga lahko uporabimo pri reševanju problemov, ki zahtevajo določanje pasovnosti večjih grafov, na primer pri izdelavi VLSI vezij. Čeprav je njegovo obnašanje v nekaterih izjemnih primerih slabo, pa na splošno daje zadovoljive rezultate. Pri krajši analizi napake algoritma so uporabljene tudi že izpeljane spektralne ocene. Na koncu je prikazana še uporaba teh ocen pri študiju pasovnosti slučajnih grafov.

Uporabljena literatura:

[AM] N.Alon, V.D.Milman, λ_1, isoperimetric inequalities for graphs and superconcentrators, J. Combin. Theory, Ser. B 38 (1985) 73-88.

[AnM] W.N.Anderson, T.D.Morley, Eigenvalues of the Laplacian of a graph, Lin. Multilin. Algebra 15 (1985) 141-145.

[BL] S.N.Bhatt, F.T.Leighton, A framework for solving VLSI graph layout problems, J. Comput. System Sci. 28 (1984) 300-343.

[Bo] B.Bollobás, Random Graphs, Academic Press, 1985.

[CCDG] P.Z.Chinn, J.Chvátalová, A.K.Dewdney, N.E.Gibbs, The bandwidth problem for graphs and matrices - a survey, J. Graph Theory 6 (1982) 223-254.

[CCEG] P.Z.Chinn, F.R.K.Chung, P.Erdös, R.L.Graham, On the bandwidth of a graph and its complement v "The Theory and Applications of Graphs", G. Chartrand, Ed. Wiley, New York, 1981, str. 243-253.

[Ch1] F.R.K.Chung, Labelings of graphs v "Selected Topics in Graph Theory 3", Academic Press, 1988, str. 151-168.

[Ch2] F.R.K.Chung, On optimal linear arrangements of trees, Comput. Math. Appl. 10 (1984) 43-60.

[Ch3] F.R.K.Chung, A conjectured minimum valuation tree, Problems and solutions, SIAM Rev. 20 (1978) 601-604.

[Chv] J.Chvátalová, Optimal labeling of a product of two paths, Discrete Math. 11 (1975) 249-253.

[Cv] D.Cvetković, Kombinatorna teorija matrica, Naučna knjiga, Beograd, 1980.

[F1] M.Fiedler, Algebraic connectivity of graphs, Czech. Math. J. 23 (98)(1973) 298-305.

[F2] M.Fiedler, A property of eigenvectors of nonnegative symmetric matrices and its application to graph theory, Czech. Math. J. 25 (100)(1975) 619-633.

[GGJK] M.R.Garey, R.L.Graham, D.S.Johnson, D.E.Knuth, Complexity results for bandwidth minimization, SIAM J. Appl. Math. 34 (1978) 477-495.

[GJ] M.R.Garey, D.S.Johnson, Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-completeness, W.H.Freeman, San Francisco, 1979.

[GJS] M.R.Garey, D.S.Johnson, R.L.Stockmeyer, Some simplified NP-complete problems, Proc. 6th ACM Symposium on Theory of Computing, 1974, str. 47-63.

[H1] L.H.Harper, Optimal assignment of numbers to vertices, J. SIAM 12 (1964) 131-135.

[H2] L.H.Harper, Optimal numberings and isoperimetric problems on graphs, J. Combin. Theory 1 (1966) 385-393.

[I] M.A.Iordanskii, Minimal numberings of the vertices of trees, Soviet. Math. Dokl. 15 (1974) 1311-1315.

[Ju] F.Juhász, On the spectrum of a random graph, Colloq. Math. Soc. János Bolyai 25, Algebraic methods in graph theory, Szeged (1978) 313-316.

[K1] A.K.Kel'mans, The number of trees in a graph I, Automat. i Telemeh. 26 (1965) 2194-2204; angl. prevod Automat. Remote Control 26 (1965) 2118-2129.

[K2] A.K.Kel'mans, The number of trees in a graph II, Automat. i Telemeh. 27 (1966) 56-65; angl. prevod Automat. Remote Control 27 (1966) 233-241.

[K3] A.K.Kel'mans, Properties of the characteristic polynomial of a graph v "Kibernetiky-na službu kummunizmu" Vol.4, Energija, Moskva-Leningrad, 1967, str. 27-41 (v ruščini).

[Ki] G.Kirchhoff, Über die Auflösung der Gleichungen, auf welche man bei der Untersuchung der linearen Verteilung galvanischer Ströme geführt wird, Ann. Phys. Chem. 72 (1847) 497-508. Prevod J.B.O'Toola je objavljen v I.R.E. Trans. Circuit Theory, CT-5 (1958) 4.

[KM] Y.Kuang, C.McDiarmid, On the bandwidth of a random graph, Ars Combinatoria 20-A (1985) 29-36.

[M1] B.Mohar, The Laplacian spectrum of graphs, poslano v objavo.

[M2] B.Mohar, Eigenvalues, diameter, and mean distance in graphs, poslano v objavo.

[M3] B.Mohar, Isoperimetric numbers of graphs, poslano v objavo.

[MM] M.Marcus, H.Minc, A survey of matrix theory and matrix inequalities, Allyn and Bacon, Boston, Mass., 1964.

[Pa] C.H.Papadimitriou, The NP-completeness of the bandwidth minimization problem, Computing 16 (1976) 263-270.

[Sa] J.B.Saxe, Dynamic programming algorithms for recognizing small-bandwidth graphs in polynomial time, SIAM J. Alg. Discr. Meth. 1 (1980) 363-369.

[Se] M.A.Seidvasser, The optimal numbering of the vertices of a tree, Diskret. Analiz 17 (1970) 56-74.

[Y] M.Yannakakis, A polynomial algorithm for the min-cut linear arrangement of trees, Proc. 24th IEEE Symposium on Foundation of Computer Science, 1983, str. 274-281.