

## Povzetek

Math. Subj. Class. (1985): 47A10, 47A53

Key words: spectrum, essential spectrum, Rosenblum's equation, operator equations.

Preslikavi  $\tau_{ab}$ , ki vsakemu elementu  $x$  Banachove algebre  $Z$  enoto priredi element  $ax - xb$  te algebre rečemo Rosenblumov operator ali posplošeno odvajanje.  $a$  in  $b$  sta pri tem fiksna elementa te algebre. Zanimala nas bo predvsem algebra omejenih linearnih preslikav med Hilbertovima prostoroma.

V prvem poglavju, ki je uvodno, se bomo po dogovoru o oznakah najprej seznanili z razčlenitvijo spektra poljubnega operatorja na Banachovi algebri ter izpeljali zveze med posameznimi deli spektra samega operatorja ter adjungiranega operatorja. Povedali bomo najnujnejše o zaprtih operatorjih med Banachovima prostoroma ter pridobili kriterij za zaprtost zaloge vrednosti takih operatorjev. Nadaljevali bomo s konstruktivnim dokazom nekega topološkega izreka, definirali bomo Riemann-Stieltjesov integral vektorske funkcije s kalarno funkcijo ter Cauchyjev integral vektorske analitične funkcije ter se bežno spoznali z Rieszovim funkcijskim ali operacijskim računom. Uvodno poglavje bomo zaključili z Gelfandovo transformacijo, ki je zelo učinkovito orodje v komutativnih Banachovih algebrah.

Drugo poglavje je v celoti posvečeno spektru operatorja  $\tau_{AB}$  na algebri vseh omejenih operatorjev Hilbertovega prostora  $\mathcal{K}$  ( $A, B \in \mathcal{K}$ ). Pri tem sledimo knjigi [8, razdelek 3.1] Dominga A. Herrera in članku [5] Lawrencea A. Fialkova.

V tretjem poglavju najprej definiramo Fredholmove ter semi-Fredholmove operatorje ter naštejemo nekaj njihovih lastnosti, spotoma definiramo bistveni spekter, vključimo pa tudi nekaj perturbacijskih izrekov. Nato sledijo priprave na glavni izrek, to je karakterizacija bistvenega spektra Rosenblumovega operatorja.

Nekaj stvari je vendarle ostalo nedorečenih, zato bo seznam literature na koncu dobrodošel.

Mentorju prof. dr. Matjažu Omladiču se iskreno zahvaljujem za nasvete in pomoč pri pripravi te naloge, pa tudi za spodbudne besede in misli.

## Literatura

- [1] Allan G.R.: *On one-sided inverses in Banach algebras of holomorphic vector-valued functions*. J. London Math. Soc. **42**(1967) 463-470.
- [2] Allan G.R.: *Holomorphic vector-valued functions on a domain of holomorphy*. J. London Math. Soc. **42**(1967) 509-513.
- [3] Caradus S.R., Pfaffenberger W.E., Yood B.: *Calkin Algebras and Algebras of Operators on Banach Spaces*. Marcel Dekker, Inc., New York, 1974.
- [4] Douglas R.G.: *Banach Algebra Techniques in Operator Theory*. Academic press, Inc., New York, 1972.
- [5] Fialkow L.A.: *A note on norm ideals and the operator  $X \rightarrow AX - XB$* . Israel J. Math. **32**(1979) 331-348.
- [6] Fialkow L.A.: *Elements of spectral theory for generalized derivations*. J. Operator Theory **3**(1980), 89-113.
- [7] Gravner J.: *Elementarni operatorji*. Magistrsko delo, Ljubljana, 1985.
- [8] Herrero D.A.: *Approximation of Hilbert space operators, Vol. I*. Pitman Books Limited, London, 1982.
- [9] Kato T.: *Perturbation Theory for Linear Operators*, Springer-Verlag, New York, 1966.
- [10] Kurepa S.: *Funkcionalna analiza. Elementi teorije operatora*. Školska knjiga, Zagreb, 1981.
- [11] Rosenblum M.: *On the operator equation  $BX - XA = Q$* . Duke Math. J. **23**(1956) 263-269.
- [12] Rudin W.: *Functional Analysis*. McGraw-Hill, Inc., New York, 1973.
- [13] Taylor A.E.: *Spectral theory of closed distributive operators*. Acta Mathematica **84**(1951) 189-224.
- [14] Taylor A.E.: *Introduction to functional analysis*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1958.