

Kratek povzetek vsebine

Diplomsko delo je sestavljeno iz matematično teoretičnega dela in računalniškega programa.

Na začetku prvega dela je definiran Schwarzov odvod in nekaj osnovnih lastnosti za funkcije z negativnim Schwarzovim odvodom. Sledi opis bifurkacij. Pojav je eden glavnih pojavov, ki nastanejo pri iteriraju enorazsežne realne preslikave, ko se spreminja parameter. Kasneje bomo videli, da je to ključni pojav, ki pripelje prehodno družino od preproste v zapleteno dinamiko. Navedeni so osnovni zgledi bifurkacij in osnovni trditvi o bifurkacijah. V poglavju o izreku Šarkovskega je definirana ureditev naravnih števil po Šarkovskemu in izrek Šarkovskega.

V nadaljevanju sledi predstavitev teorije gnetenja za unimodalne funkcije. Vpeljani so pojmi voznega reda in zaporedja gnetenja. Opisanih je nekaj osnovnih lastnosti v prostoru zaporedij glede na vpeljano relacijo urejenosti. Izkaže se, da je urejenost zaporedij močno povezana z urejenostjo števil na realni osi. Na osnovi te ugotovitve pride do izraza vloga zaporedja gnetenja, s pomočjo katerega lahko določimo množico vseh dopustnih zaporedij. Sledi povezava med periodičnimi točkami in periodičnimi zaporedji. Posebno lepe lastnosti dobimo za unimodalne funkcije z negativnim Schwarzovim odvodom, kjer je število periodičnih točk z enakim voznim redom omejeno.

V nadaljevanju je opisana zgodba, kako se prehodna družina unimodalnih funkcij razvija od stanja, ko ima končno mnogo periodičnih točk, v stanje z neskončno periodičnimi točkami. Na koncu je opisan bifurkacijski diagram kvadratne družine $F_\mu(x) = \mu x(1 - x)$. V tem delu sem skušal razložiti, kako ta družina preide iz preproste v zapleteno dinamiko. Zgodba je ilustrirana z bifurkacijskimi diagrami in računskimi podatki, ki sem jih dobil s pomočjo računalniškega programa.

V drugem delu sem skušal narediti program, ki bi čim bolj učinkovito predstavil moč teorije gnetenja. Za izbrano prehodno družino unimodalnih funkcij izračuna: zaporedje gnetenja za dani parameter; parameter z danim zaporedjem gnetenja; periodične točke z danim voznim redom; najmanjši parameter, pri katerem se pojavi periodična točka z danim voznim redom; močno privlačne cikle; bifurkacijske točke in bifurkacijski diagram. Program je napisan v računalniškem jeziku pascal.

Math. Subj. Class. (1991) : 58F13

Key words: bifurcation, kneading sequence, unimodal map, periodic point

Uporabljena literatura

[1] Devaney R.L. : Chaotic Dynamical Systems

[2] Collet P., Eckmann J.-P. : Iterated Maps on the interval as Dynamical Systems

[3] Preston C. : Iterates of Maps on an Interval