POVZETEK

Diplomsko delo obravnava Fourierovo analizo na lokalno kompaktnih Abelovih (LKA) grupah, ker so najbolj značilne za razvoj Fourierove analize.

Na LKA grupi obstaja enolična, nenegativna, regularna in za translacije invariantna mera, imenovana Haarova mera. Za LKA grupo G je prostor $L^1(G)$ komutativna Banachova algebra s konvolucijo kot operacijo množenja. Vpeljemo tudi Gelfandovo teorijo na komutativni Banachovi algebri in kasneje ugotovimo, da je Gelfandova transformacija na $L^1(G)$ enaka Fourierovi transformaciji na G.

Množica vseh zveznih karakterjev Γ na LKA grupi G je dualna grupa grupe G. Če na Γ definiramo topologijo inducirano z Gelfandovo transformacijo, je tudi Γ LKA grupa. Kot primere obravnavamo le klasično Fourierovo transformacijo, saj so vsi pojmi in izreki z relativno lahkostjo prevedeni iz klasične v splošno teorijo.

Predstavimo še Fourier - Stieltjesovo transformacijo na prostoru $M(G)$. To je komutativna Banachova algebra omejenih, regularnih kompleksnih mer na LKA grupi G, $L^1(G)$ pa je njen zaprt ideal.

Z $B(G)$ označimo množico vseh končnih linearnih kombinacij pozitivno definitnih funkcij na G. Če normaliziramo Haarovo mero na Γ, velja inverzna formula za Fourierovo transformacijo na prostoru $L^1(G) \cap B(G)$. S pomočjo inverzne formule dokažemo izometrijo prostorov $L^2(G)$ in $L^2(\Gamma)$ (Plancherelov izrek) in ugotovimo, da je vsaka LKA grupa dual svoje dualne grupe (Pontrjaginov izrek).

V poglavju o lokalnih enotah iščemo enoto v prostoru $A(\Gamma)$. To nam da nekaj tehničnih rezultatov, ki jih potrebujemo v zadnjem poglavju, kjer najdemo povezavo med Banachovimi algebrami in Fourierovo transformacijo. Izkaže se, da so zaprti podprostori Banachove algebre $L^1(G)$, ki so invariantni za translacije, natančno zaprti ideali v $L^1(G)$.

Na koncu govorimo še o *spektralni sintezi*. Množica spektralne sinteze (S–množica) je zaprta množica v Γ, ki je ničelna množica za natanko en zaprt ideal I iz $L^1(G)$. V splošnem je za poljubno zaprto množico težko poiskati potrebne in zadostne pogoje, da je S–množica. Iz S–množice lahko rekonstruiramo ideal I, kot lahko na primer iz prazne množice, ki je S–množica (Wienerjev izrek), dobimo natančno celoten prostor $L^1(G)$.

Ključne besede: Haarova mera, dualnost, karakter, Gelfandova transformacija, Fourierova in Fourier-Stieltjesova transformacija, spektralna sinteza.

Key words: Haar measure, duality, character, Gelfand transform, Fourier and Fourier-Stieltjes transforms, spectral synthesis.

Math. Subj. Class.(1991): 43A05, 43A20, 43A25, 43A35, 43A40, 43A45.

Literatura

[1] Fell J.M.G., Doran R.S., *Representations of *-Algebras, Locally Compact Groups, and Banach *-Algebraic Bundles*, Volume 1. Academic Press, Inc., New York 1988.

[2] Lang S., *Real Analysis.* Addison-Wesley Publishing Company, New York 1983.

[3] Rudin W., *Fourier Analysis on Groups.* Interscience Publishers, New York 1962.

[4] Rudin W., *Functional Analysis.* McGraw-Hill Book Company, New York 1973.

[5] Rudin W., *Real and Complex Analysis.* McGraw-Hill Book Company, New York 1974.

[6] Vidav I., *Banachove algebre.* Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, Ljubljana 1982.

[7] Vidav I., *Uvod v teorijo C^* - algeber.* Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, Ljubljana 1982.

[8] Vrabec J., *Metrični prostori.* Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, Ljubljana 1990.