Predgovor

Racionalne parametrične krivulje so pomembno orodje v računalniško podprtem grafičnem oblikovanju (Computer Aided Geometric Design).
Največkrat jih uporabljamo pri problemu aproksimacije krivulj z enostavnejšimi krivuljami. Pri tem je seveda treba učinkovito izpeljati naslednje naloge :
- hiter izračun koordinat točke pri danem parametru
- iskanje parametra za dano točko na krivulji
- določanje parametrov presečišč danih parametričnih krivulj
- pretvorba krivulje iz parametrične oblike v implicitno obliko
- preverjanje, ali dana točka leži na krivulji (če ne, na kateri strani krivulje leži)

Jasno je, da je učinkovitost reševanja zgoraj omenjenih nalog odvisna od zahtevane kvalitete aproksimacije. To pa neposredno vpliva na stopnjo racionalnih parametričnih krivulj. Verjetno ni treba posebej pripomniti, da je obravnava krivulj višjih stopenj mnogo bolj zapletena, zato se ponavadi omejimo na krivulje tretje stopnje.

V pričujočem delu sem se spoprijel z zgornjimi nalogami. Večina rezultatov je teoretičnih, toda poti, ki peljejo do njih, je mogoče prevesti v učinkovite računalniške algoritme.

Najprej so me zanimale skupne ničle dveh skalarnih polinomov. Bezoutovo rezultanto, matriko, ki pove vse o skupnih ničlah, sem, zaradi računalniško obarvanega ozadja, zapisal tudi za Bernsteinove polinome. Seveda sem jo s pridom izkoristil tudi za reševanje problema implicitizacije in inverzije parametričnih krivulj. Toda v CAGD največkrat uporabljamo Bézierove krivulje, zato sem jih izbral kot poseben primer splošnih parametričnih krivulj.
Nato sem naletel na članek [3], ki se mi je zdel dovolj zanimiv, da sem nekaj besed namenil degeneriranim parametričnim krivuljam.

Kot mi je narekoval program diplomskega dela, sem se v nadaljevanju lotil kubičnih parametričnih krivulj. Vsi rezultati iz prejšnjih poglavij so se nanašali na ravninske parametrične krivulje, zato sem tu še nekoliko razširil obzorja in vključil tudi neravninske kubične krivulje. Zaradi njihove specifičnosti, sem se problema implicitizacije in inverzije lotil s t.i. resolventami. Pri tem, kot tudi pri obravnavi presečišč kubičnih racionalnih krivulj, sta bila nepogrešljiva članek [2] in programski paket *Mathematica*, s pomočjo katerega sem v pričujočem delu izračunal vse numerične zglede.

Na koncu sem se lotil kubičnih krivulj s stališča algebraične geometrije. Nekatere lastnosti krivulje je namreč nemogoče razpozanti iz njene parametrične enačbe. Tako sem se posvetil vsem trem možnim tipom singularnih točk na kubični krivulji, nato pa podal klasične enačbe kubičnih algebraičnih krivulj. Na koncu sem se ukvarjal z zelo zanimivim izrekom, ki govori o presečiščih kubičnih algebraičnih krivulj. Močno me je presenetilo dejstvo, da je kubična algebraična krivulja v posebnem primeru določena že z osmimi točkami, pa čeprav ima v splošnem devet prostih parametrov. Za posplošitev zadnje ugotovitve (če kakšna smiselna posplošitev sploh obstaja) mi je, moram priznati, primanjkovalo algebraičnega znanja. Sicer pa sem osnovno znanje algebraične geometrije črpal iz [7].

Pri delu sem se srečeval z mnogimi problemi, še posebej zato, ker je večina gradiva izvirala iz člankov strokovnih računalniških revij. Pri vseh težavah, ki so se pojavljale v toku nastajanja diplomskega dela, mi je stal ob strani mentor prof. Jernej Kozak. Za njegovo pomoč in koristne nasvete se mu najlepše zahvaljujem.

V Velikih Laščah, marca 1994 *Emil Žagar*

Math. Subj. Class. (1991): 14H05, 14Q05, 68U07

Keywords: parametric curve, Bezout resultant, implicitization, inversion, Bernstein polynomial, Beziér curve, cubic curve, algebraic curve

Literatura

[1] R.N Goldman, T.W Sederberg, D.C. Anderson, *Vector elimination: A technique for the implicitization, inversion and intersection of planar parametric rational polynomial curves*, Computer Aided Geometric Design 1 (1984), str. 327-356

[2] R.N. Goldman, *The method of resolvents: A technique for the implicitization, inversion and intersection of non-planar, parametric, rational cubic curves*, Computer Aided Geometric Design 2 (1985), str. 237-255

[3] T.W. Sederberg, *Degenerate parametric curves*, Computer Aided Geometric Design 1 (1984), str. 301-307

[4] R.R. Patterson, *Parametric cubics as algebraic curves*, Computer Aided Geometric Design 5 (1988), str. 139-159

[5] T.W. Sederberg, D.C. Anderson, R.N. Goldman, *Implicitization, Inversion, and Intersection of Planar Rational Cubic Curves*, Computer Vision, Graphics, and Image Processing 31, str. 89-102

[6] T.W Sederberg, *Planar picewise algebraic curves*, Computer Aided Geometric Design 1 (1984), str. 241-255

[7] R.J Walker, *Algebraic curves*, Princeton University Press, 1950

[8] G. Farin, *Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design*, Academic Press Inc., 1988

[9] I. Vidav, *Afina in projektivna geometrija*, DMFA, Ljubljana 1981