

Povzetek vsebine

V zadnjih dvajsetih letih sta dve novi tehniki dali zelo pomemben prispevek k numeričnemu reševanju nelinearnih sistemov enačb. Ena izmed njiju se imenuje prediktor - korektor (PC) metoda zveznega nadaljevanja ali homotopna metoda.

Na kratko povedano izgleda homotopna metoda takole.

Recimo, da želimo poiskati rešitev sistema N nelinearnih enačb v N spremenljivkah, na primer

$$F(x) = 0,$$

kjer je $F : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^N$ gladka funkcija. Zamislimo si primer, ko vnaprej zelo malo vemo o ničlah funkcije F . Če namreč imamo dobro aproksimacijo x_0 ničle F , je najbolje uporabiti kar algoritem Newtonovega tipa, definiran z iteracijsko formulo

$$x_{i+1} := x_i - A_i^{-1}F(x_i), \quad i = 0, 1, \dots,$$

kjer je A_i neka razumna aproksimacija Jacobiana $F'(x_i)$.

Če dobrega začetnega približka ne poznamo, bo iteracija pogosto odpovedala. Zato za pomoč uporabimo homotopijo ali zvezno deformacijo $H : \mathbb{R}^N \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^N$ tako, da je

$$H(x, 1) = G(x), \quad H(x, 0) = F(x),$$

kjer je $G : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^N$ neka gladka funkcija z znanimi ničlami in je H tudi gladka. Pogosto izberemo **konveksno homotopijo**

$$H(x, \lambda) := \lambda G(x) + (1 - \lambda)F(x),$$

in poskušamo slediti implicitno definirani krivulji $c \in H^{-1}(0)$ od začetne točke $(x_1, 1)$ (kjer je x_1 ničla G) do rešitve $(\bar{x}, 0)$. Če to uspe, smo našli ničlo \bar{x} funkcije F . Druga standardna deformacija, ki se tudi pogosto uporablja, pa je **globalna homotopija**

$$H(x, \lambda) := F(x) - \lambda F(x_1).$$

PC metoda nam daje odgovor na vprašanje, kako učinkovito numerično slediti implicitno definirani krivulji.

Math. Subj. Class. (1991): 65 - 04, 65 H 10, 65 H 17

Key words: continuation methods, homotopy, predictor, corrector, steplength adaptation, updating, bifurcation points

Literatura

1. Allgower Eugene L., Georg Kurt, *Numerical Continuation Methods*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 1990.
2. Allgower Eugene L., Georg Kurt, *Continuation and path following*, Acta Numerica, (1993), 1-64.
3. Berger Melvyn S., *Nonlinearity and functional analysis*, Academic Press, New York, 1977.
4. Golub G. H. & Van Loan Ch. F., *Matrix computations*, The Johns Hopkins University Press, Baltimore, 1983.
5. Hirsch M. W., *Differential topology*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 1976.