

Povzetek

Obstoj netrivialnega invariantnega podprostora za omejen linearen operator na neskončno razsežnem Banachovem prostoru je eno najtežjih nerešenih vprašanj operatorske teorije. To vprašanje je znano pod imenom *problem invariantnih podprostorov*. Odgovor nanj poznamo le v nekaterih posebnih primerih operatorjev oziroma prostora, nad katerim so definirani. Eden najznamenitejših rezultatov je izrek V.I. Lomonosova o obstoju hiperinvariantnega podprostora za kompakten operator.

A. Simonič je v svoji disertaciji posplošil metode Lomonosova in jih uporabil na širšem razredu operatorjev. V pričujočem delu so podani glavni Simoničevi rezultati, dopolnjeni s teoretskimi osnovami iz funkcionalne analize in najosnovnejšimi dosežki s področja teorije invariantnih podprostorov.

Najprej povežemo problem obstoja invariantnega podprostora v Banachovem prostoru z gostostjo tako imenovanega pridruženega prostora Lomonosova v določenem funkcijskem prostoru. Na Hilbertovem prostoru nam aproksimacija s funkcijami Lomonosova da razširjeno verzijo Burnsideovega izreka. Poglavitni rezultat je dokaz obstoja realnega invariantnega podprostora za kompaktno perturbacijo sebiadjungiranega operatorja na neskončno razsežnem kompleksnem Hilbertovem prostoru.

Math. Subj. Class. (1991): 47A15

Key words: *invariant subspace, Lomonosov space, essentially self-adjoint operator*

Literatura

- [1] Y.A. Abramovich, C.D. Aliprantis, and O. Burkinshaw, *Another characterization of the invariant subspace problem*, Operator Theory: Advances and Applications **75**, 15-31, Birkhäuser Verlag, Basel, 1995.
- [2] Y.A. Abramovich, C.D. Aliprantis, and O. Burkinshaw, *Invariant Subspace Theorems for Positive Operators*, Journal of Functional Analysis **124** (1994), 95-111.
- [3] L. de Branges, *A construction of invariant subspaces*, Math. Nachr. **163** (1993), 163-175.
- [4] J.B. Conway, *A Course in Functional Analysis*, GTM, Springer-Verlag, New York, 1990.
- [5] N. Dunford and J.T. Schwartz, *Linear Operators, Part I: General Theory*, Pure and Appl. Math **7**, Interscience Publishers, New York, 1958.
- [6] R.V. Kadison and J.R. Ringrose, *Fundamentals of the Theory of Operator Algebras, Volume I: Elementary Theory*, Academic Press, New York, 1983.
- [7] F. Križanič, *Linearna algebra in linearna analiza*, DZS, Ljubljana, 1993.
- [8] V.I. Lomonosov, *Ob invariantnih podprostranstvah semejstva operatorov, komutirujočih s vpolne neprerivnim*, Funkc. Anal. i Prilož. **7/3** (1973), 55-56.
- [9] V.I. Lomonosov, *An extension of Burnside's theorem to infinite-dimensional spaces*, Israel J. Math **75** (1991), 329-339.
- [10] V.I. Lomonosov, *On Real Invariant Subspaces of Bounded Operators with Compact Imaginary Part*, Proc. Amer. Math. Soc. **115** (1992) no. 3, 775-777.
- [11] B. Magajna, *Problem invariantnih podprostorov*, Obzornik mat. fiz. **34** (1987) 4/5, 97-113.
- [12] C. Pearcy and A. Shields, *A survey of the Lomonosov technique in the theory of invariant subspaces*, Amer. Mat. Soc., Math. Surveys **13** (1974), 219-229.
- [13] G.K. Pedersen, *Analysis Now*, GTM, Springer-Verlag, New York, 1989.

- [14] H. Radjavi and P. Rosenthal, *Invariant Subspaces*, Springer-Verlag, Berlin, 1973.
- [15] G.-C. Rota, *On Models for Linear Operators*, *Comm. Pure Appl. Math.* **13** (1960), 469-472.
- [16] W. Rudin, *Functional analysis*, 2nd ed., McGraw-Hill, London, 1991.
- [17] A. Simonič, *An extension of Lomonosov's techniques to non-compact operators*, Ph.D. thesis, Dalhousie University, Department of Mathematics, Statistics, and Computing Science, 1994.
- [18] A. Suhadolc, *Linearni topološki prostori*, 1.del, Zbirka izbranih poglavij iz matematike **11**, DMFA SRS, Ljubljana, 1979.
- [19] I. Vidav, *Linearni operatorji v Banachovih prostorih*, Postdiplomski seminar iz matematike **14**, DMFA SRS, Ljubljana, 1982.