Povzetek

Vsako zvezno funkcijo na $[a, b]$ ali $\mathbb{T}$ lahko poljubno dobro enakomerno aproksimiramo z algebraičnimi ali trigonometričnimi polinomi. Pri tem nam pomagajo izbrani linearni operatorji; Bernsteinov operator B_n poišče aproksimacijsko funkcijo v prostoru algebraičnih polinomov, operator σ_n aritmetične sredine delnih vsot Fourierove vrste pa v prostoru trigonometričnih polinomov.

Velja celo splošnejše dejstvo, če namesto prostora polinomov vzamemo poljubno algebro zveznih funkcij. Po Stone-Weierstrassovem izreku lahko namreč vsako zvezno funkcijo poljubno dobro aproksimiramo s funkcijami iz realne algebre funkcij, če ta loči vsaki dve točki, ki ju loči funkcija. Če algebra loči vse točke intervala, je torej gosta v prostoru zveznih funkcij.

Med funkcijskimi prostori, ki jih obravnavamo pri aproksimaciji, imajo pomembno vlogo preureditveno invariantni prostori. Mnogi aproksimacijski izreki, ki jih uporabljamo v prostorih $\mathcal{C}$ ali L^p, veljajo v splošnih preureditveno invariantnih prostorih. Priskrbijo nam tudi orodja za ocenjevanje norm operatorjev na teh prostorih.

V vsakem končnodimenzionalnem podprostoru Banachovega prostora X obstaja za vsako funkcijo iz X element najboljše aproksimacije. V n-dimenzionalnem Haarovem podprostoru prostora zveznih funkcij je najboljša aproksimacija funkcije f celo enolično določena: P je polinom najboljše aproksimacije natanko takrat, ko zavzame razlika $f - P$ vrednosti $\|f - P\|$ alternirajoče v $n + 1$ točkah. Polinom je določen torej s sistemom $n + 1$ enačb z $n + 1$ neznankami.

Na tak način poteka v Haarovem sistemu tudi konstrukcija polinoma najboljše aproksimacije; najprej izberemo $n + 1$ točk, rešimo sistem, nato pa po korakih spreminjamo te točke in ponovno rešujemo sistem, dokler ne dobimo polinoma najboljše aproksimacije ali pa njegovega dovolj dobrega približka.

Math. Subj. Class (1991) : 41A10, 41A50, 41A52, 42A10.

Key words : integral operators, Fejér kernel, Stone-Weierstrass theorem, rearrangement-invariant function spaces, best approximation, Haar systems, Chebyshev's theorem.

Ključne besede : integralski operatorji, Fejérovo jedro, Stone-Weierstrassov izrek, preureditveno invariantni funkcijski prostori, najboljša aproksimacija, Haarovi sistemi, izrek Chebysheva.

Literatura

[1] R. A. DeVORE in G. G. LORENTZ: *Constructive Approximation*, Springer, Berlin, 1993.

[2] C. BENNETT in R. SHARPLEY: *Interpolation of Operators*, Academic Press, New York, 1988.

[3] E. K. BLUM: *Numerical Analysis and Computation, Theory and practice*, Addison-Wesley Publishing, 1972.

[4] T. J. RANSFORD: *A short elementary proof of the Bishop-Stone-Weierstrass theorem*, Math. Proc. Camb. Phil. Soc. **96** (1984), 309-311.

[5] B. BROSOWSKI in F. DEUTSCH: *An elementary proof of the Stone-Weierstrass theorem*, Proc. Am. Math. Soc. **81** (1981), 89-92.

[6] J. VRABEC: *Metrični prostori*, DMFAS, Ljubljana, 1990.

[7] A. E. TAYLOR: *Introduction to Functional Analysis*, John Wiley & Sons, New York, 1958.

[8] K. YOSIDA: *Functional Analysis*, Springer, Berlin, 1974.

[9] P. R. HALMOS: *Measure Theory*, Van Nostrand, New York, 1956.