

POVZETEK

Doslej nam še ni uspelo do te mere razpoznati značaja Hamiltonovih grafov, da bi znali za poljubno izbrani graf dovolj hitro ugotoviti, ali je Hamiltonov. Z namenom, da bi si vsaj nekoliko olajšali reševanje omenjenega problema, se potem, ko izvemo za nekatere značilne lastnosti, ki odlikujejo Hamiltonove grafe, posvetimo iskanju Hamiltonovega cikla izključno v ravninskih grafih. Najprej bomo dokazali, da v 4-povezanih ravninskih grafih obstaja Hamiltonov cikel skozi poljubno izbrano povezavo. Namreč problem obstoja Hamiltonovega cikla v 4-povezanih grafih lahko razumemo kot poseben primer splošnejšega problema obstoja tako imenovanega Tutteovega cikla v 2-povezanih ravninskih grafih. Najprej bomo pokazali, da če si v 2-povezanem ravninskem grafu izberemo poljubni par različnih ciklov s skupno povezavo, potem obstaja v tem grafu Tutteov cikel, ki je Tutteov glede na izbrana cikla in poteka skozi izbrano povezavo. V resnici lahko zahtevamo več, da poteka tudi skozi drugo poljubno izbrano povezavo v grafu. Od tod zaključimo, da je vsak 4-povezan ravninski graf Hamiltonov. Nato bomo omenjeno trditve posplošili na ta način, da bomo dokazali obstoj Tutteove poti v 2-povezanem ravninskem grafu, skozi poljubno izbrano povezavo in z izbranim krajiščem na zunanem ciklu ter drugim koncem poti, ki pa ga lahko izberemo poljubno. Omenili bomo izboljšano verzijo trditve, ki pravi, da lahko predpišemo poljubno izbrani krajišči Tutteove poti. Odtod bomo zaključili, da so 4-povezani ravninski grafi Hamiltonovo povezani. Dokaz te trditve je omogočil nadaljnje izboljšave. Denimo, pokazali bomo, da v zgornji trditvi ni potrebno, da imata izbrana različna cikla skupno povezavo. Odtod pa že sklepamo, da ostane 4-povezan ravninski graf tudi po odvzemu ene ali dveh poljubno izbranih točk še vedno Hamiltonov. Na koncu bomo omenili še podobne rezultate za grafe, vložene v druge sklenjene ploskve.

Klasifikacija (1991): 05 C 45, 05 C 38, 05 C 40, 05 C 10.

Ključne besede: Hamiltonov cikel, Tutteov podgraf, ravninski graf, povezanost grafa, most podgrafa, grafi na ploskvah.

Math. Subj. Class. (1991): 05 C 45, 05 C 38, 05 C 40, 05 C 10.

Keywords: Hamiltonian cycle, Tutte subgraph, planar graph, connectivity, bridge, graphs on surfaces.

- [O60] O. Ore, Note on Hamilton circuits, *Amer. Math. Monthly* **67** (1960), 55.
- [Pl75] M. Plummer, Problem in infinite and finite sets, Vol.III, *Colloq. Math. Soc.*, János Bolyai 10, North-Holland, Amsterdam (1975), 1549–1550.
- [Po63] L. Pósa, On the circuits of finite graphs, *Magyar Tud. Akad. Mat. Kutató Int. Közl.* **8** (1963), 355–361.
- [R65] G. Ringel, Das Geschlecht des vollständigen paaren Graphen, *Abh. Math. Sem. Univ. Hamburg* **28** (1965), 139–150.
- [Sa97] D. Sanders, On paths in planar graphs, *J. Graph Theory* **21** (1997), 341–345.
- [Sh92] R. Shi, 2-neighbourhoods and hamiltonian conditions, *J. Graph Theory* **16** (1992), 267–271.
- [TY94] R. Thomas, X. Yu, 4-connected projective-planar graphs are hamiltonian, *J. Combin. Theory Ser. B* **62** (1994), 114–132.
- [TY97] R. Thomas, X. Yu, 5-connected toroidal graphs are Hamiltonian, *J. Combin. Theory Ser. B* **69** (1997), 79–96.
- [Th83] C. Thomassen, A theorem on paths in planar graphs, *J. Graph Theory* **7** (1983), 169–176.
- [Tu56] W. Tutte, A theorem on planar graphs, *Trans. Amer. Math. Soc.* **82** (1956), 99–116.
- [W31] H. Whitney, A theorem on graphs, *Ann. Math.* **32**, (1931), 378–390.