POVZETEK VSEBINE

Martingal $\{X_n\}$ si lahko predstavljamo kot izkupiček pri pošteni igri na srečo v času n, submartingal (oziroma supermartingal) kot izkupiček pri igri na srečo, kjer je verjetnost, da zmagamo (oziroma izgubimo), večja od verjetnosti, da izgubimo (oziroma zmagamo). Osnovna lastnost martingalov je, da je pričakovani izkupiček $\mathbb{E}(X_n)$ enak začetni vrednosti X_0. Definicije in ta ter ostale osnovne lastnosti (sub- in super-) martingalov so predstavljene v razdelku 1.1. Izpeljana je tudi Hoeffdingova neenakost.

V 1.2. so definirani opcijski časi in podani pogoji, ko za opcijski čas τ velja $\mathbb{E}X_0 = \mathbb{E}X_\tau$.

Submartingali so analogija naraščajočih zaporedij. Če je torej submartingal omejen navzgor ($\sup_n \mathbb{E}X_n < \infty$), potem konvergira skoraj gotovo, kar je druga pomembna lastnost martingalov. V tretjem razdelku prvega poglavja so izpeljani tudi pogoji za konvergenco v $\mathcal{L}^1$ in $\mathcal{L}^2$. S pomočjo martingalov je v tem razdelku izpeljana tudi Borel-Cantellijeva lema in $0-1$ izrek Kolmogorova. Definirani so tudi obratni martingali. Ti vedno konvergirajo. S pomočjo obratnih martingalov je izpeljan krepki zakon velikih števil, Hewitt-Savageov in De Finettijev izrek.

S pomočjo maksimalnih neenakosti je v razdelku 1.4. dokazan Radon-Nikodýmov izrek.

V drugem poglavju so predstavljeni stohastični procesi na splošno in potem posebni primeri stohastičnih procesov - martingali v zveznem času in potem še Brownovo gibanje, ki je vedno tudi martingal.

V tretjem poglavju je predstavljena njihova uporaba. S pomočjo teorije martingalov sicer ne moremo točno izračunati kakšnih vrednosti, vendar pa z njihovo pomočjo lahko konstruiramo zgornjo mejo za verjetnost bankrota.

Math. Subj. Class. (2000): 60G42, 60G44,60G51, 91B30
Ključne besede: martingali, Lévyjevi procesi, Brownovo gibanje, matematika zavarovalništva
Key words: martingals, Lévy processes, Brownian motion, insurance mathematics

Literatura

[1] Bertoin, J: *Lévy Processes.* Cambridge: Cambridge University Press, cop, 1996.

[2] Billingsley, P: *Probability and Measure.* New York [etc.]: John Wiley & Sons, cop. 1986.

[3] Borodin, A.N: *Handbook of Brownian Motion: Facts and Formulae.* Basel, Boston, Berlin: Birkhäuser, cop, 1996.

[4] Bronštejn, I.N. in Smendjajev, K.A: *Matematični priročnik.* Ljubljana: Tehniška založba Slovenije, 1988.

[5] Durrett, R: *Probability: Theory and Examples.* Belmont (California) [etc.]: Duxbury Press: Wadsworth: ITP International Thompson Publ., cop, 1996.

[6] Grandell, J: *Aspects of Risk Theory.* Springer-Verlag, New York, 1991.

[7] Grimmett, G. in Stirzaker, D.R: *Probability and Random Processes.* Oxford: Clarendon Press, cop, 1992.

[8] Loève, M: *Probability Theory.* New York, Toronto, London: D. Van Nostrand, cop, 1992.

[9] Rolski, T, Schmidli, H, Teugels, J. in Schmidt, V: *Stohastic Processes for Insurance and Finance.* New York[etc.]: John Willey & Sons, cop, 1999.

[10] Sato, K: *Lévy Processes and Infinitely Divisible Distributions.* Cambridge, New York, Melbourne: Cambridge University Press, cop, 1999.

[11] Williams, D: *Probability with martingales.* Cambridge, New York: Cambridge University, 1995.

[12] Williams, D: *Diffusion, Markov Processes, and Martingales. Vol 2. Itô Calculus.* Cambridge: Cambridge University Press, cop, 2000.