

Povzetek

V diplomskem delu predstavimo kolokacijo s Hermitovimi bikubičnimi zlepkami v Gaussovih točkah. Najprej spoznamo Hermitove kubične zlepke in Gaussove točke v eni dimenziji, nato še v dveh. Posebej nas zanima obnašanje Hermitovih bikubičnih zlepk v Gaussovih točkah. Definiramo Hermitov bikubični interpolacijski element in si ogledamo kvaliteto interpolacije. Na prostoru Hermitovih bikubičnih zlepk, ki so na robu enaki 0, uvedemo poseben skalarni produkt in spoznamo diskretni Laplaceov operator. Na primeru Eulerjeve metode z Laplaceovo modifikacijo za reševanje parabolčne parcialne diferencialne enačbe prikažemo uporabo kolokacije s Hermitovimi bikubičnimi zlepkami v Gaussovih točkah. Rešitev parabolčne parcialne diferencialne enačbe v določenem časovnem trenutku iščemo kot Hermitov bikubični interpolacijski element, ki se mora z enačbo ujemati v Gaussovih točkah. Dokažemo konvergenco metode. Prikazan pristop je uporaben za reševanje vseh treh tipov parcialnih diferencialnih enačb.

Ključne besede: kolokacija, Gaussove točke, Hermitovi kubični zlepki, Hermitovi bikubični zlepki, interpolacija, Bramble-Hilbertova lema, Peanov izrek, parcialne diferencialne enačbe, parabolčna parcialna diferencialna enačba, Eulerjeva metoda z Laplaceovo modifikacijo

Key words: collocation, Gauss points, Hermite cubic splines, Hermite bicubic splines, interpolation, Bramble-Hilbert lemma, Peano kernel theorem, partial differential equations, parabolic partial differential equations, Laplace-modified Euler method

Math. Subj. Class. (2000): 65M12, 65M15, 65M70

Literatura

- [1] B. Bialecki, X. C. Cai, *H^1 -norm error bounds for piecewise Hermite bicubic orthogonal spline collocation schemes for elliptic boundary value problems*, SIAM J. Numer. Anal. 31 (1994), strani 1128–1146.
- [2] B. Bialecki, R. I. Fernandes, *An orthogonal spline collocation alternating direction implicit Crank-Nicolson method for linear parabolic problems on rectangles*, SIAM J. Numer. Anal. 36 (1999), strani 1414–1434.
- [3] B. Bialecki, R. I. Fernandes, *Orthogonal spline collocation Laplace-modified and alternating-direction methods for parabolic problems on rectangles*, Math. Comp. 60 (1993), strani 545–573.
- [4] G. Birkhoff, M. H. Schultz, R. S. Varga, *Piecewise Hermite interpolation in one and two variables with applications to partial differential equations*, Numer. Math. 11 (1968), strani 232–256.
- [5] C. de Boor, *A practical guide to splines*, Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg (1978), ponatis 2001.
- [6] C. de Boor, B. Swartz, *Collocation at Gaussian points*, SIAM J. Numer. Anal. 10 (1973), strani 582–606.
- [7] P. G. Ciarlet, *The finite element method for elliptic problems*, North-Holland, Amsterdam, New York, Oxford (1978), ponatis 2002.
- [8] J. Douglas Jr., T. Dupont, *Collocation Methods for Parabolic Equations in a Single Space Variable*, Lecture Notes in Mathematics 385, Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg (1974), strani 4–12.
- [9] L. C. Evans, *Partial Differential Equations*, Graduate Studies in Mathematics 19, Providence, Rhode Island (1998).

-
- [10] R. I. Fernandes, *Efficient orthogonal spline collocation methods for solving linear second order hyperbolic problems on rectangles*, Numer. Math. 77 (1997), strani 223-241.
- [11] M. Lees, *A priori estimates for the solutions of difference approximations to parabolic partial differential equations*, Duke Math. J. 27 (1960), strani 297-311.
- [12] P. Percel, M. F. Wheeler, *A C^1 finite element collocation method for elliptic equations*, SIAM J. Numer. Anal. 17 (1980), strani 605-622.
- [13] A. Suhadolc, *O kolokaciji*, DMFA, Ljubljana (1975).