

# Povzetek

Športno prvenstvo, kot je na primer nogometno prvenstvo, je sestavljeni iz  $n$  različnih moštev. Moštva igrajo tekme drugo proti drugemu po vnaprej določenem razporedu, pri čemer za sistem točkovanja uporabljajo  $(\alpha, \beta, \gamma)$ -točkovno pravilo. Za  $(\alpha, \beta, \gamma)$ -točkovno pravilo velja, da zmagovalec osvoji  $\alpha$  točk, poraženec osvoji  $\gamma$  točk in v primeru neodločenega izida obe moštvi osvojita  $\beta$  točk. Med prvenstvom nas bo zanimalo, ali ima določeno moštvo še teoretične možnosti za osvojitev prvega mesta. V delu pokažemo, da obstaja univerzalna meja za vsa moštva v prvenstvu, ki določi, katera moštva so izločena iz boja za prvaka. Taka mejna vrednost obstaja, četudi je prvenstvo razdeljeno na več divizij in za uvrstitev v nadaljevanje uporabljamo tudi moštva s povabilom. Poiščemo pogoj, pri katerem moštvo ni izločeno s  $k$ -tega mesta na koncu sezone. Če je  $k$  vhodni podatek, je odločitveni problem, ali moštvo ni izločeno s  $k$ -tega mesta, NP-poln problem. Prav tako pokažemo, za katera  $(\alpha, \beta, \gamma)$ -točkovna pravila je odločitveni problem, ali moštvo ni izločeno iz boja za prvaka, NP-poln problem.

Ključne besede: šport, problem izločitve, kombinatorična optimizacija, linearno programiranje, pretok, NP-polnost

Key words: sports, elimination problem, combinatorial optimization, linear programming, network flow, NP-completeness

Math. Subj. Class. (2000): 90C27, 03D15, 68Q17

Comp. Rev. (2004): G.2.2, F.1.3

## Literatura

- [1] I. ADLER, A. L. ERERA, D. S. HOCHBAUM, E. V. OLINICK, *Baseball, optimization and the world wide web*, <http://riot.ier.berkeley.edu/~baseball>.
- [2] R. K. AHUJA, T. L. MAGNANTI, J. B. ORLIN, *Network flows: theory, algorithms, and applications*, Prentice-Hall, New Jersey, 1993.
- [3] G. GALLO, M. D. GRIGORIADIS, R. E. TARJAN, *A fast parametric maximum flow algorithm and applications*, SIAM J. Comput. 18 (1989), 30–55.
- [4] M. GAREY, D. JOHNSON, *Computers and Intractability*, W. H. Freeman, New York, 1979.
- [5] A. V. GOLDBERG, S. RAO, *Beyond the flow decomposition barrier*, J. ACM 45 (1998), 753–782.
- [6] D. GUSFIELD, C. MARTEL, *The structure and complexity of sports elimination numbers*, Algorithmica 32 (2002), 73–86.
- [7] A. J. HOFFMAN, T. J. RIVLIN, *When is a team "mathematically" eliminated?*, Princeton Symposium on Mathematical Programming (1967), 391–401.
- [8] W. KERN, D. PAULUSMA, *The new FIFA rules are hard: complexity aspects of sports competitions*, Discrete Applied Mathematics 108 (2001), 317–323.
- [9] B. H. KORTE, J. VYGEN, *Combinatorial optimization: theory and algorithms*, Springer, Berlin, 2000.
- [10] B. L. SCHWARTZ, *Possible winner in partially completed tournaments*, SIAM Review 8 (1966), 302–308.
- [11] K. D. WAYNE, *A new property and a faster algorithm for baseball elimination*, SIAM J. Discrete Math. 14 (2001), 223–229.