Povzetek

V delu si bomo ogledali polinomske probleme lastnih vrednosti s posebno strukturo, npr. palindromsko, sodo, liho. Uporabili bomo princip linearizacije, pri katerem polinom transformiramo v večji matrični šop z enakimi lastnimi vrednostmi. Naš cilj je skonstruirati linearizacije, ki bodo odražale posebno strukturo in tako ohranjale simetrijo v spektru, kar naj bi prineslo večjo natančnost pri računanju lastnih vrednosti.

Najprej se lotimo osnov teorije matričnih polinomov in si podrobneje pogledamo regularne matrične polinome. Ugotovimo, da sta poljubni dve linearizaciji regularnega matričnega polinoma strogo ekvivalentni. Za strukturirane matrične polinome ugotovimo, da lastne vrednosti nastopajo v parih. S pomočjo Cayleyjeve transformacije matričnega polinoma povežemo palindromske in sode/lihe matrične polinome.

V nadaljevanju posplošimo idejo spremljevalne forme in poiščemo potencialne vektorske prostore strukturiranih linearizacij, ki ohranjajo preprosto povezavo med lastnim vektorjem šopa in lastnim vektorjem originalnega polinoma. Prostori, ki jih najdemo, so $\mathbb{L}_1(P)$, $\mathbb{L}_2(P)$ in $\mathbb{DL}(P)$, ki je presek prvih dveh. Za te prostore najdemo dva kriterija za preverjanje, če je šop močna linearizacija. V primeru regularnega matričnega polinoma dokažemo, da je skoraj vsak šop v teh prostorih linearizacija in najdemo posebno preprost kriterij, ki pove, kdaj je šop v $\mathbb{DL}(P)$ linearizacija.

Na koncu si ogledamo probleme, na katere lahko naletimo pri iskanju strukturiranih linearizacij. V primeru palindromskega polinoma strukturirana linearizacija sploh ne obstaja, naštete so tudi druge možnosti. Za regularne matrične polinome podamo potrebne in zadostne pogoje, da je šop v $\mathbb{L}_1(P)$ strukturirana linearizacija. V zaključku sta opisana dva postopka iskanja strukturiranih linearizacij za regularne matrične polinome.

Math. Subj. Class. (MSC 2000): `65F15`, `15A18`, `15A57`, `93B60`, `15A22`

Ključne besede:
nelinearni problem lastnih vrednosti, polinomski problem lastnih vrednosti, matrični polinom, regularni matrični polinom, palindromski matrični polinom, sod matrični polinom, lih matrični polinom, Cayleyjeva transformacija, matrični šop, spremljevalna forma, linearizacija, močna linearizacija, zamaknjene vsote

Literatura

[1] F. R. Gantmacher, *Matrizen Rechnung II*, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1959.

[2] I. Gohberg, P. Lancaster, L. Rodman, *Matrix Polynomials*, Academic Press, 1982.

[3] I. Gohberg, M. A. Kaashoek, P. Lancaster, General Theory of Regular Matrix Polynomials and Band Toeplitz Operators, *Integral Equations and Operator Theory*, 11:776-882, 1988.

[4] A. Hilliges, Numerische Lösung von quadratischen Eigenwertproblemen mit Anwendung in Schiendynamik, Diplomarbeit, TU Berlin, Inst. f. Mathematik, 2004.

[5] D. S. Mackey, N. Mackey, C. Mehl, V. Mehrmann, *Palindromic eigenvalue problems: Good vibrations from good linearizations*, Technical Report 239, DFG Research Center MATHEON, Mathematics for key technologies in Berlin, TU BERLIN, Str. des 17. Juni 136, D-10623 Berlin, Germany. Url: http://www.matheon.de.

[6] D. S. Mackey, N. Mackey, C. Mehl, V. Mehrmann, *Vector spaces of linearizations for matrix polynomials*, Technical Report 239, DFG Research Center MATHEON, Mathematics for key technologies in Berlin, TU BERLIN, Str. des 17. Juni 136, D-10623 Berlin, Germany. Url: http://www.matheon.de.

[7] V. Mehrman, D. Watkins, Polynomial eigenvalue problems with Hamiltonian structure, *Electron. Trans. Numer. Anal.*, 13:106-113, 2002.