

Povzetek:

Diplomsko delo proučuje Zalcmanovo lemo, ki govori o normalnosti (oz. ne-normalnosti) družine holomorfnih (meromorfnih) funkcij, ter njeno uporabo.

V prvem poglavju ponovimo definicijo normalne družine holomorfnih funkcij in spoznamo nekatere izreke, ki zagotavljajo normalnost. Najpomembnejši med njimi je Fundamentalni test normalnosti.

V drugem poglavju preidemo na meromorfne funkcije. Definiramo sferično metriko, sferično enakomerno konvergenco, sferično enakozveznost ter jih primerjamo z običajno metriko in običajno enakomerno konvergenco. Definiramo normalnost za družino meromorfnih funkcij. Dokažemo, da sta za holomorfne funkcije definiciji normalnosti z običajno in sferično metriko ekvivalentni. Zapišemo Fundamentalni test normalnosti za meromorfne funkcije.

V tretjem poglavju najprej definiramo sferični odvod funkcije in podamo njegove lastnosti. Zapišemo in dokažemo Martyjev izrek o normalnosti družine meromorfnih funkcij, ki je pomembno sredstvo v dokazu Zalcmanove leme.

Četrto poglavje je namenjeno Zalcmanovi lemi. Zapišemo jo in dokažemo.

V petem poglavju uporabimo Zalcmanovo lemo za preprost dokaz Fundamentalnega testa normalnosti. Zapišemo tudi Posplošeni fundamentalni test normalnosti.

Šesto poglavje je namenjeno posplošitvam Martyjevega izreka. Napišemo in dokažemo Lappanov izrek in posplošitev Roydenovega izreka.

V sedmem poglavju spoznamo t. i. Blochov princip in njegovo verzijo, imenovano Robinson-Zalcmanov hevristični princip. Dokažemo Posplošeni fundamentalni test normalnosti.

V osmem poglavju prikažemo preprost primer uporabe Zalcmanove leme v holomorfni dinamiki.

Deveto poglavje je namenjeno posplošeni Zalcmanovi lemi. Podamo jo brez

dokaza. Pokažemo, kako pomaga pri reševanju nekaterih Haymanovih problemov.

V dodatku pa naštejemo nekaj izrekov iz kompleksne analize, ki jih v nalogi uporabljamo, pa nismo vseh dokazali pri predmetu Kompleksna analiza.

Klasifikacija:

Math. Subj. Class. (2000): 30D20, 30D30, 30D45, 30D99

Ključne besede: holomorfne funkcije, meromorfne funkcije, normalnost, Martyjev izrek, Zalcmanova lema, Fundamentalni test normalnosti (Montelov izrek), Blochov princip, Robinson-Zalcmanov hevristični princip, kompleksna dinamika

Key words: analytic functions, meromorphic functions, normality, Marty's Theorem, Zalcman Lemma, Fundamental Normality Test (Montel's Theorem), Bloch Principle, Robinson-Zalcman Heuristic Principle, Complex Dynamics

Literatura

- [1] Lars V. Ahlfors, *Complex Analysis*, 2-nd ed., McGraw-Hil, New York, 1966
- [2] Lennart Carleson and Theodore W. Gamelin, *Complex Dynamics*, Springer, 1993. MR **94h**:30033
- [3] Rolf Nevanlinna, *Analytic Functions*, Springer, 1970. MR **43**:5003
- [4] H.L. Royden, *A criterion for the normality of a family of meromorphic functions*, Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A. I **10** (1985), 499-500. MR **86i**:30040
- [5] Walter Rudin, *Real and Complex Analysis*, McGraw - Hill, Mladinska knjiga 1970
- [6] Joel L. Schiff, *Normal Families*, Springer-Verlag, New York, 1993
- [7] Lawrence Zalcman, *A heuristic principle in complex function theory*, Amer. Math. Monthly 82 (1975), 813-817. MR 52.757
- [8] Lawrence Zalcman, *Modern perspectives on classical function theory*, Rocky Mountain, Journal of Mathematics, Volume 12, Number 1, Winter 1982, 75-92
- [9] Lawrence Zalcman, *New light on normal families* Proceedings of the Ashkelon Workshop on Complex Function Theory (May, 1996)(L. Zalcman, ed.), Bar-Ilan Univ., 1997, 237-245. CMP 98:03
- [10] Lawrence Zalcman, *Normal Families: New Perspectives*, Bulletin (New Series) of the American Mathematical Society, Volume 35, Number 3, July 1998, 215-230.