

# Povzetek

Rešitev sistemov linearnih diferencialnih enačb s konstantnimi koeficienti

$$\dot{x}(t) = Ax(t), \quad x(0) = x_0,$$

kjer je  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , je

$$x(t) = e^{At}x_0.$$

Matrična eksponentna funkcija je definirana preko Taylorjeve vrste

$$e^{At} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k t^k}{k!}.$$

Eksaktno se jo da izračunati preko Jordanove forme. Za numerično računanje pa nimamo ene same metode. Na voljo je več metod, od katerih nobena ni idealna. Za polne matrike zmernih dimenzij se najbolj uporablja Padéjeva aproksimacija. Z uporabo boljših ocen in ekonomičnejših formul je N. Higham razvil trenutno najboljšo metodo tega tipa.

Matrično eksponentno funkcijo potrebujemo v različnih primerih, v diplomskem delu konkretno pri diferencialnih enačbah in teoriji vodenja. Predstavljeni so pregled in izpeljava ocen za napako ter 20 metod za numerično računanje  $e^{At}$ . Poudarek je na Highamovi metodi. Nekaj metod sem tudi sprogramirala v MATLAB-u.

**Ključne besede:** matrika, eksponent, navadne diferencialne enačbe, zaokrožitvena napaka, ocene napak  
**Math. Subj. Class. (MSC 2000):** 15A15, 65F15, 65L99, 65F30, 65G50, 65L70

# Literatura

- [1] V. Burke, A. S. Lewis in M. L. Overton, *A nonsmooth, nonconvex optimization approach to robust stabilization by static output feedback and low-order controllers*.  
<http://cs.nyu.edu/overton/papers/pdffiles/robustcontrol.pdf>
- [2] B. Datta, *Numerical methods for linear control systems*, Elsevier Academic Press, 2004.
- [3] M. Embree in L. N. Trefethen, *Pseudospectra Gateway*.  
<http://web.comlab.ox.ac.uk/pseudospectra>
- [4] J. L. Fisher in N. Christian, *Approximating the Matrix Exponential: In partial completion of the course Numerical Linear Algebra M383E*, 2005.  
<http://www.ma.utexas.edu/users/nchristian/matrixexp/matrixexp.html>
- [5] N. J. Higham, *The Matrix Computation Toolbox*.  
<http://www.ma.man.ac.uk/~higham/mctoolbox/>
- [6] N. J. Higham, *The Scaling and Squaring Method for the Matrix Exponential Revisited*, SIAM J. Matrix Anal. Appl. 26 (2005), str. 1179 – 1193.
- [7] T. Kato, *Perturbation Theory for Linear Operators*, Springer - Verlag, New York, 1966.
- [8] T. Košir, *Lastne vrednosti in lastni vektorji*.  
[www.fmf.uni-lj.si/~kosir/poucevanje/skripta/lastne.pdf](http://www.fmf.uni-lj.si/~kosir/poucevanje/skripta/lastne.pdf)
- [9] C. Moler in C. F. Van Loan, *Nineteen Dubious Ways to Compute the Exponential of a Matrix, Twenty-Five Years Later*, SIAM Rev. 45 (2003), str. 3 – 49.
- [10] T. Ström, *On logarithmic norms*, SIAM J. Numer. Anal. 12 (1975), str. 741 – 753.
- [11] H. F. Trotter, *Product of semigroups of operators*, Proc. Amer. Math. Soc., 10 (1959), str. 545 – 551.
- [12] C. F. Van Loan, *A study of the matrix exponential*.  
<http://www.cs.cornell.edu/cv/ResearchPDF/StudyOfExp.pdf>
- [13] C. F. Van Loan, *The sensitivity of the matrix exponential*, SIAM J. Numer. Anal. 14 (1977), str. 971 – 981.
- [14] R. C. Ward, *Numerical computation of the matrix exponential with accuracy estimate*, SIAM J. Numer. Anal. 14 (1977), str. 600 – 610.
- [15] T. G. Wright, *EigTool software package*.  
<http://web.comlab.ox.ac.uk/projects/pseudospectra/eigtool>