

Povzetek

V fiziki, gradbeništvu, ekonomiji, biologiji in še mnogo drugih vedah naletimo na veliko problemov, kjer je potrebno rešiti sistem nelinearnih enačb. V splošnem je sistem nelinearnih enačb težko rešiti. Sistem lahko rešimo z Newtonovo metodo. Netrivialno vprašanje je, kako poiskati dober začetni približek, ki je nujno potreben za uspešnost Newtonove metode. V začetku osemdesetih let dvajsetega stoletja so metode zveznega nadaljevanja doprinesle velik prispevek k numeričnem reševanju nelinearnih sistemov enačb.

V diplomskem delu sem predstavil osnove metod zveznega nadaljevanja. V problem vgradimo enoparametrično funkcijo, homotopijo, recimo s parametrom λ . Homotopijo izberemo tako, da je pri vrednosti parametra $\lambda = 0$ enaka enostavnemu problemu, katerega rešitev poznamo, pri vrednosti $\lambda = 1$ pa je enaka problemu, katerega rešitev iščemo. Rešitev enačbe, kjer je homotopija enaka nič, je krivulja parametrizirana s parametrom λ .

Posebej sta predstavljeni metoda prediktor-korektor in odsekoma linearna metoda. Z njima sledimo homotopski krivulji, tako da pridemo iz rešitve enostavnega problema k rešitvi iskanega problema. Ob koncu diplomskega dela je prikazana še implementacija metode prediktor-korektor v jeziku matlab. Naredil sem nekaj različnih implementacij in jih primerjal na testnih primerih.

Math. Subj. Class. (MSC 2000): 65H10, 65H20, 65K05, 90C30

Ključne besede:

sistem nelinearnih enačb, metoda zveznega nadaljevanja, homotopija, metoda prediktor-korektor, Newtonova metoda, odsekoma linearna metoda, bifurkacija, določitev koraka, triangulacija

Keywords:

system of nonlinear equations, continuation method, homotopy, predictor-corrector method, Newton method, piecewise linear method, bifurcation, steplength adaptation, triangulation

Literatura

- [1] E. L. Allgower, K. Georg, *Numerical Continuation Methods*, Springer-Verlag, Berlin 1990.
- [2] E. L. Allgower, K. Georg, Continuation and Path Following, *Acta Numerica* (1993), 1 – 64.
- [3] Colin Patrick Rourke, Brian, Joseph Sanderson, *Introduction to piecewise-linear topology*, Springer, Berlin 1982.
- [4] W. I. Zangwill, C.B. Garcia, *Pathways to solutions, fixed points, and equilibria*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs 1981.
- [5] Den Heijer, C. Rheinboldt, On steplength algorithms for a class of continuation methods, *SIAM J. Numer. Anal.* 18 (1981), 925 – 948.
- [6] Zvonimir Bohte, *Numerično reševanje nelinearnih enačb*, DMFA - založništvo, Ljubljana 1993.
- [7] James W. Demmel, *Uporabna numerična linearna algebra*, DMFA - založništvo, Ljubljana 2000.
- [8] M. T. Chu, A Note on the Homotopy Method for Linear Algebraic Eigenvalue Problems, *Lin. Alg. Appl.* 105 (1988), 225 – 236.
- [9] T. Y. Li, Z. Zeng, Homotopy-determinant Algorithm for Solving Nonsymmetric Eigenvalue Problems, *Math. Comp.* 59 (1992), 483 – 502.
- [10] T. Y. Li, Z. Zeng, L. Cong, Solving Eigenvalue problems of Real Nonsymmetric Matrices with Real Homotopies, *SIAM J. Numer. Anal.* 29 (1992), 229 – 248.
- [11] T. Y. Li, Z. Zeng, The homotopy continuation algorithm for the real nonsymmetric eigenproblem; further development and implementation, *SIAM J. Sic. Comput.*, 20(5) (1999), 1627 – 1651.
- [12] T. Y. Li, Numerical solutions of polynomial systems by homotopy continuation methods, *Handbook of Numerical Analysis*, 10, 2002.
- [13] J. Verschende, Algorithm 795: Phcpack: A general-purpose solver for polynomial systems by homotopy continuation, *ACM Trans. on Math. Software*, 25 (1999), 251 – 276.

- [14] W. C. Rheinboldt, MANPAK: A set of algorithms for computation on implicitly defined manifolds, *Comput. Math. Appl.* 32(12) (1996), 15 – 28.
<http://www.netlib.org/contin/>
- [15] K. Yamamura, W. Kuroki, An Efficient and Globally Convergent Homotopy Method for Finding DC Operating Points of Nonlinear Circuits, *Design Automation, Asia and South Pacific Conference*, Tokyo, 2006.
- [16] Yu. A. Kuznetsov *Trends in Bifurcation Software: From CONTENT to MATCONT*, 2005. <http://www.math.uu.nl/people/kuznet/>
- [17] A. Dhooge, W. Govaerts, Yu. A. Kuznetsov, matcont: A matlab package for numerical bifurcation analysis of ODEs, *ACM TOMS* 29(2) (2003), 141-164.
- [18] A. Dhooge, W. Govaerts, Yu.A. Kuznetsov, B. Sautois, *A Matlab package for dynamical systems with applications to neural activity*, 2007.
- [19] A. Dhooge, W. Govaerts, Yu.A. Kuznetsov, W. Mestrom, and A.M. Riet, *A continuation toolbox in Matlab*, 2003
- [20] E. J. Doedel, A. R. Champneys, T. F. Fairgrieve, Yu. A. Kuznetsov, B. Sandstede, X. J. Wang, *auto97-auto2000 : Continuation and Bifurcation Software for Ordinary Differential Equations (with HomCont), User's Guide*, Montreal, 1997-2000.
<http://indy.cs.concordia.ca>
- [21] Yu. A. Kuznetsov, V. V. Levitin, content: Integrated Environment for analysis of dynamical systems, Amsterdam, 1997. <ftp://ftp.cwi.nl/pub/CONTENT>