

Povzetek

V teoriji linearnih kontrolnih sistemov se pogosto srečamo s problemom reševanja zvezne algebraične Riccatijeve enačbe (s kratico CARE). V diplomskem delu pokažemo, da obstaja tesna povezava med stabilizirajočo rešitvijo CARE in stabilnimi invariantnimi podprostori njej pridružene hamiltonske matrike. To predstavlja motivacijo za nadaljnje preučevanje lastnosti teh matrik in iskanje učinkovitih algoritmov za računanje lastnih vrednosti. Pokažemo, da imajo hamiltonske matrike zelo posebno strukturo, ki med drugim močno vpliva na lastnosti lastnih vrednosti. V ta namen znane metode za reševanje problemov lastnih vrednosti priredimo tako, da se struktura hamiltonske matrike skozi algoritem ohranja. V nadaljevanju obravnavamo stabilnost in učinkovitost takšnih algoritmov. Na koncu teoretične ugotovitve preverimo v praksi tako, da modificiramo dve splošno znani Jacobijevi metodi za računanje lastnih vrednosti nesimetričnih matrik in ju implementiramo v Matlabu.

Math. Subj. Class. (2000): 65F15, 15A18, 65F35, 15A57

Ključne besede:

Hamiltonska matrika, simplektična matrika, unitarna matrika, algebraična Riccatijeva enačba, lastne vrednosti, Jacobijeva metoda, pogojenostno število, občutljivost.

Keywords:

Hamiltonian Matrix, symplectic matrix, unitary matrix, algebraic Riccati equation, eigenvalues, Jacobi algorithm, condition number.

Literatura

- [1] G. Ammar, V. Mehrmann: *On Hamiltonian and symplectic Hessenberg forms*, Linear Algebra Appl. **149** (1991), str. 55–72.
- [2] Z. Bai, J. W. Demmel, A. McKenney: *On computing condition numbers for the non-symmetric eigenproblem*, ACM T. Math Software **19** (1993), str. 202–223.
- [3] P. Benner: *Symplectic balancing of Hamiltonian matrices*, SIAM J. Sci. Comput. **22** (2000), str. 1885–1904.
- [4] P. Benner, D. Kressner, V. Mehrmann: *Skew-Hamiltonian and Hamiltonian eigenvalue problems: Theory, algorithms and applications*. Proceedings of the Conference on Applied Mathematics and Scientific Computing, Brijuni. Z. Drmač, M. Marušić, Z. Tutek (ured.), Springer, 2005, str. 3–39.
- [5] P. Benner, D. Kressner: *Algorithm 854: Fortran 77 Subroutines for Computing the Eigenvalues of Hamiltonian Matrices II.*, ACM T. Math Software **32** (2006), str. 352–373.
- [6] J. H. Brandts: *Matlab code for sorted real Schur forms*, Numer. Linear Algebra Appl. **9** (2002), str. 249–261.
- [7] A. Bunse-Gerstner, H. Faßbender: *A Jacobi-like method for solving algebraic Riccati equations on parallel computers*, IEEE T. Automat. Contr. **42** (1997), str. 1071–1084.
- [8] R. Byers: *Hamiltonian and Symplectic Algorithms for the Algebraic Riccati Equation*, doktorska disertacija, Cornell University, Ithaca, 1983.
- [9] R. Byers, S. Nash: *On the singular vectors of the Lyapunov operator*, SIAM J. Algebra. Discr. **8** (1987), str. 59–66.
- [10] R. Byers: *A Hamiltonian-Jacobi algorithm*, IEEE T. Automat. Contr. **35** (1990), str. 566–570.
- [11] B. N. Datta: *Numerical Methods for Linear Control Systems*, Elsevier Academic Press, San Diego, 2004.
- [12] J. W. Demmel: *Computing stable eigendecompositions of matrices*, Linear Algebra Appl. **79** (1986), str. 163–193.
- [13] P. J. Eberlein: *On the Schur Decomposition of a Matrix for Parallel Computation*, IEEE T. Comput. **36** (1987), str. 167–174.

-
- [14] G. H. Golub, C. F. Van Loan: *Matrix Computations*, third edition, Johns Hopkins University Press, Baltimore, 1996.
- [15] M. Konstantinov, V. Mehrmann, P. Petkov: *Perturbation analysis of Hamiltonian Schur and block-Schur forms*, SIAM J. Matrix Anal. Appl. **23** (2001), str. 387–424.
- [16] T. Košir: *Linearna algebra za študente praktične matematike*, skripta predavanj, 2009 dosegljivo na: <http://www.fmf.uni-lj.si/kosir/poucevanje/0910/alg1-fm.html>
- [17] S. G. Krantz: *Function Theory of Several Complex Variables*, John Wiley & Sons Inc., New York, 1982.
- [18] D. Kressner: *Numerical methods and software for general and structured eigenvalue problems*, Lecture Notes in Computational Science and Engineering, Springer, Berlin **46** (2005).
- [19] R. Kumar, J. Merikoski: *Inequalities for spreads of matrix sums and products*, Appl. Math. E-Notes **4** (2004), str. 150–159.
- [20] C. C. Paige, C. Van Loan: *A Schur decomposition for Hamiltonian matrices*, Linear Algebra Appl. **41** (1981), str. 11–32.
- [21] G. W. Stewart: *Error and perturbation bounds for subspaces associated with certain eigenvalue problems*, SIAM Rev. **15** (1973), str. 727–764.
- [22] G. W. Stewart: *A Jacobi-like Algorithm for Computing the Schur Decomposition of a Non-hermitian Matrix*, SIAM J. Sci. Comput. **6** (1985), str. 853–864.
- [23] G. W. Stewart, J.-G. Sun: *Matrix Perturbation Theory*, Academic Press, New York, 1990.
- [24] F. Tisseur: *A chart of backward errors for singly and doubly structured eigenvalue problems*, SIAM J. Matrix Anal. Appl. **24** (2003), str. 877–897.