

Povzetek

V diplomskem delu smo obravnavali igro 15, ki smo si jo predstavljali kot graf. Igro 15 smo posplošili do igre osnovane na končnem 2-povezanem grafu.

Različne položaje ploščic smo dobili tako, da smo začeli z enim danim položajem ploščic, nato pa z operacijo menjavanja prazne ploščice s ploščico na sosednji točki, prišli do ostalih položajev. Cilj igre je bil, da smo iz začetnega položaja ploščic prišli v ciljni položaj. Ali je bilo to uresničljivo, je bilo odvisno od začetnega in ciljnega položaja.

Na končnih 2-povezanih grafih, različnih od cikla in grafa θ_0 , se je izkazalo naslednje:

Če graf G ni bil dvodelen, potem je bil graf položajev povezan graf in smo s permutacijami proste točke z njenimi sosednjimi lahko dobili vse položaje.

Če je graf G bil dvodelen, je imel graf položajev natanko dve komponenti. V tem primeru smo lahko s permutacijami proste točke z njenimi sosednjimi dobili natanko pol položajev.

V diplomskem delu smo obravnavali še permutacije, permutacijske grupe, tranzitivnost, primitivnost in bloke neprimitivnosti. Generirali smo grupo sodih permutacij. V naslednjem poglavju smo obravnavali Bettijevo število. S pomočjo izreka o ročicah smo pokazali kako se spreminja graf, če povečujemo Bettijevo število.

Za končen dvodelen 2-povezan graf se je izkazalo, da lahko s permutacijami prehajamo le med položaji točk, ki so v isti povezani komponenti grafa položajev, nikakor pa ne moramo priti do nobenega položaja iz druge povezane komponente grafa položajev.

Math. Subj. Class. (2010): 20B05, 20B15, 20B30.

Ključne besede: Igra 15, permutacijske grupe, primitivne grupe, simetrične grupe, teorija grafov.

Key words: Game 15, permutation groups, primitive groups, symmetric groups, graph theory.

Literatura

- [1] Richard M. Wilson: *Graph Puzzles, Homotopy, and the Alternating Group*, Journal of combinatorial theory (B) 16 (1974), 86–96.
- [2] Aaron F. Archer: *A modern treatment of the 15 puzzle*, Cambridge University Press, Cambridge, 1999. 793–799.
- [3] W. T. Tutte: *Connectivity in Graphs*, University of Toronto Press, Toronto, 1966.
- [4] John D. Dixon, Brian Mortimer: *Permutation Groups*, Carleton University, Ottawa, 1991.
- [5] Helmut Wielandt: *Finite Permutation Groups*, University of Tübingen, Tübingen, Germany, 1964.
- [6] William Burnside: *Theory of Groups of Finite Order*, Cambridge University Press, Cambridge, 1897.
- [7] Isaacs I.M. and Zieschang Thilo: *Generating symmetric groups*, Amer. Math. Monthly 102 (1995), 734-739.