

Kratek povzetek vsebine

Reševanje velikih sistemov enačb je eden izmed pogostih problemov v numerični in uporabni matematiki. V tem delu se bomo seznanili z Vandermondovimi sistemi, raziskali njihovo občutljivost in poiskali čimbolj učinkovit način reševanja.

Rešujemo dve obliki sistemov: $V^T y = c$ in $Vz = b$. Za reševanje prvega sistema, se je izkazalo, da je najbolj učinkovito reševanje z Newtonovo interpolacijsko metodo, ko reševanje sistema enačb prevedemo na problem interpolacijskega polinoma, kar je možno zaradi specifične oblike matrike V^T . Interpolacijski polinom konstruiramo s pomočjo Lagrangeovih koeficientov in ga tako enolično določimo. S tem je tudi rešitev sistema $V^T y = c$ enolično določena. Izkazuje se, da je problem rešljiv v času $O(n^2)$. Pri reševanju sistema $Vz = b$ uporabimo Gaussovo eliminacijsko metodo, ko matriko V razcepimo na zgornje in spodnje trikotno matriko. S tem smo prevedli dani problem na problem reševanja sistemov s trikotno matriko, kateri so preprosto rešljivi.

Pri reševanju smo se srečali s problemom natančnosti rešitve. S tem smo se dotaknili občutljivosti Vandermondovih sistemov, katero smo podrobneje raziskali. Občutljivost Vandermondovih sistemov je predvsem odvisna od števila občutljivosti matrike V , za kar potrebujemo oceni norme matrike V in norme njenega inverza. Nadalje smo ugotovili, da je možno s pravilno izbiro točk, ki sestavljajo Vandermondovo matriko, občutljivost sistema zmanjšati. Omejili smo se na realne točke in določili občutljivost Vandermondove matrike za primere harmoničnih in ekvidistančnih točk z intervala $[0, 1]$ ter točk Čebiševa z intervala $[-1, 1]$. Najboljše rezultate smo dobili, ko smo izbrali simetrične točke Čebiševa.

S tem, ko določimo občutljivost Vandermondovega sistema, lahko predvidimo možno napako in izračunamo dejansko napako, ki nastane pri reševanju izbranega sistema.

Math. Subj. Class (1991): 65 F 35
15 A 12

Key words : Numerical - analysis
Numerical - linear - algebra
Conditioning - of - matrices

Literatura

- [1] Z.Bohte: Numerične metode, 1987
- [2] W.Gautschi: How (Un)stable Are Vandermonde Systems?
Lecture Notes in Pure and Appl. Math. 124, 1990
- [3] E.Isaacson,H.B.Keller: Analysis of numerical methods, 1966
- [4] F.Križanič: Linearna algebra in linearna analiza, 1993
- [5] I.Vidav: Višja matematika I., 1987