

Povzetek

Naj bodo matrice A , B , C in D simetrične matrice velikosti $n \times n$, katerih elementi so:

$$\begin{aligned}a_{ij} &= \frac{1}{i+j}; \\ b_{ij} &= \binom{i+j}{i}; \\ c_{ij} &= \min(i, j); \\ d_{ij} &= \text{nsd}(i, j).\end{aligned}$$

Sestavljanje naravnih števil v tako simpatične vzorce ima pogosto zanimive posledice. Za vsako pozitivno realno število r so matrice z elementi a_{ij}^r , b_{ij}^r , c_{ij}^r in d_{ij}^r pozitivno semidefinitne. To posebno lastnost imenujemo neskončna deljivost. S tem se bomo ukvarjali v tem delu.

Prvo poglavje govori o pozitivno semidefinitnih matrikah. Najprej povemo nekaj o hermitskih matrikah, kar je pogoj za pozitivno semidefinitnost. Nadaljujemo pa z lastnostmi pozitivno semidefinitnih matrik.

V drugem poglavju govorimo o neskončno deljivih matrikah. Razložimo Schurov izrek, kar je tudi osnova za definicijo neskončno deljivih matrik.

V naslednjih poglavjih se poglobimo še v nekatere primere neskončno deljivih matrik, in sicer:

- Cauchyjeva matrika;
- posplošene Cauchyjeve matrice;
- Pascalova matrika;
- min matrice;
- Lehmerjeva matrika;
- NSD - matrice;
- karakteristične matrice.

Math. Subj. Class. (2000): 15A48, 15A57

Ključne besede:

pozitivno semidefinitna matrika, neskončno deljiva matrika, matrika ranga ena, skalarni produkt, minor, lastna vrednost.

Keywords:

positive semidefinite matrix, infinitely divisible matrix, matrix of rank one, inner product, minor, eigenvalue.

Literatura

- [1] T. M. Apostol, *Introduction to Analytic Number Theory*, Springer-Verlag, New York, 1976.
- [2] R. Bhatia, Infinitely Divisible Matrices, *Amer. Math. Monthly* **113** (2006) 221-235
- [3] R. Bhatia and K. R. Parthasarathy, Positive definite functions and operator inequalities, *Bull. London Math. Soc.* **32** (2000) 214-228
- [4] J. Bračič, *Uvod v analitično teorijo števil*, DMFA-založništvo, Ljubljana 2003
- [5] M. D. Choi, Tricks or treats with the Hilbert matrix, *Amer. Math. Monthly* **90** (1983) 302-312.
- [6] A. Edelman and G. Strang, Pascal matrices, *Amer. Math. Monthly* **111** (2004) 189-197.
- [7] C. H. FitzGerald and R. A. Horn, On fractional Hadamard powers of positive definite matrices, *J. Math. Anal. Appl.* **61** (1977) 633-642.
- [8] R. Horn, C. Johnson, *Matrix Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge, 1993
- [9] R. A. Horn, The theory of infinitely divisible matrices and kernels, *Trans. Amer. Math. Soc.* **136** (1969) 269-286.
- [10] R. A. Horn and C. R. Johnson, *Topics in Matrix Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge, 1991.
- [11] T. Košir, Študijsko gradivo za Linearno algebro, X poglavje, Sebiadjungirane, ortogonalne in normalne preslikave, dosegljivo na spletni strani, [http : //www.fmf.uni – lj.si/ kosir/poucevanje/skripta/sebiadj.pdf](http://www.fmf.uni-lj.si/kosir/poucevanje/skripta/sebiadj.pdf).
- [12] M. K. Kwong, On the definiteness of the solutions of certain matrix equations, *Linear Algebra Appl.* **108** (1988) 177-197.
- [13] L. Reid and X. Sun, Distance matrices and ridge function interpolation, *Canadian J. Math.* **45** (1993) 1313-1323.
- [14] I. Schur, Bemerkungen zur Theorie der beschränkten Bilinearformen mit unendlich vielen Veränderlichen, *J. Reine Angew. Math.* **140** (1911) 1-28.