

Povzetek

V diplomski nalogi smo dokazali, da so izbrana štiri števila $\frac{\pi}{4}$, $\ln 2$, $\zeta(2)$ in $\zeta(3)$ iracionalna. Pri vseh štirih dokazih iracionalnosti smo uporabili podobno idejo.

Vsako od teh števil smo zapisali kot vsoto neskončne vrste. Ker smo se pri izpeljavi v dokazih sklicevali na zapise z dvojnimi integrali, smo v enem od razdelkov obravnavali izražavo števil $\zeta(2)$ in $\zeta(3)$ z dvojnimi integrali. Izpeljali smo analitičen izračun števila $\zeta(2)$, to je znan t.i. Eulerjev izračun $\frac{\pi^2}{6}$. Pri sklepanju v dokazih iracionalnosti smo uporabili dve lastnosti Legendrovih polinomov. To sta ortogonalnost Legendrovih polinomov in dejstvo, da so koeficienti teh polinomov, definiranih na intervalu $[0, 1]$, cela števila.

Math. Subj. Class. (2010): 11J72

Ključne besede: funkcija zeta, konvergentna vrsta, iracionalno število, Legendrovi polinomi, ortogonalnost.

Keywords: function zeta, convergent series, irrational number, Legendre polynomials, orthogonality.

Literatura

- [1] J. Globevnik, *Analiza 1*, DMFA - založništvo, 2010.
- [2] I. N. Bronštejn, K. A. Semendjajev, *Matematični priročnik*, Tehniška založba Slovenije, 1997.
- [3] P. Eymard, J. P. Lafon, *The number π* , AMS, 2004.
- [4] I. Vidav, *Višja matematika III*, Ljubljana, 1976.
- [5] F. Beukers, *A Note on the irrationality of $\zeta(2)$ and $\zeta(3)$* , Bull. London Math. Soc. **11** (1979), 268 - 272.
- [6] D. Huylebrouck, *Similarities in Irrationality Proofs for π , $\ln 2$, $\zeta(2)$ and $\zeta(3)$* , Amer. Math. Monthly **108** (2001), 222 - 231.
- [7] Wikipedia, *Abel's theorem*, http://en.wikipedia.org/wiki/Abel_theorem, (dostop 3.1.2011).
- [8] M. Abramowitz, I. Stegun *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, Dover Publications, 1965; poglavje 22, http://people.math.sfu.ca/cbm/aands/page_773.htm, (dostop 15.2.2011).
- [9] Wikipedia, *Legendre polynomials*, http://en.wikipedia.org/wiki/Legendre_polynomials, (dostop 18.1.2011).
- [10] Wikipedia, *Riemann zeta function*, http://en.wikipedia.org/wiki/Riemann_zeta_function, (dostop 3.1.2011).
- [11] WolframMathWorld, *Riemann Zeta Function zeta(2)*, <http://mathworld.wolfram.com/RiemannZetaFunctionZeta2.html>, (dostop 18.1.2011).

- [12] Spletna učilnica fakultete za matematiko in fiziko, *Sturm Liouvilleova teorija*, <http://ucilnica0910.fmf.uni-lj.si/course/view.php?id=91>, (dostop 15.2.2011).